

# 중재 시술 적용을 위한 소형 연속체 로봇의 정역학 모델링 및 외부 측면 하중에 의한 변위 분석

## Static Modeling of a Miniaturized Continuum Robot for Surgical Interventions and Displacement Analysis under Lateral External Loads

김기영<sup>1</sup>·우현수<sup>2</sup>·조장호<sup>1</sup>·신민기<sup>1</sup>·서정욱<sup>†</sup>

Kiyoung Kim<sup>1</sup>, Hyunsoo Woo<sup>2</sup>, Jangho Cho<sup>1</sup>, Minki Shin<sup>1</sup>, Jungwook Suh<sup>†</sup>

**Abstract:** In this paper, we deal with the static modeling of a continuum robot that can perform surgical interventions. The proposed continuum robot is made of stainless steel wires and a multi lumen flexible tube using a thermoplastic elastomer. This continuum robot could be most severely deformed in physical contact with narrow external environments, when a lateral external force acts at the distal tip of the continuum robot. In order to predict the shape and displacement under the lateral external force loading, the forward kinematics, the statics modeling, the force-moment equilibrium equation, and the virtual work-energy method of the continuum robot are described. The deflection displacements were calculated using the virtual work-energy method, and the results were compared with the displacement obtained by the conventional cantilever beam theories. In conclusion, the proposed static modeling and the virtual work-energy method can be used in arrhythmia procedure simulations.

**Keywords:** Continuum Robot, Static Modeling, Cantilever Beam, Virtual Work, Surgical Interventions

### 1. 서 론

연속체 로봇은 일반적인 산업용 로봇과는 달리 곡선 형태의 기구 구조를 가지며 관절 숫자가 무한대인 로봇을 의미한다<sup>[1]</sup>. 연속체 로봇의 구조에는 동심원 형태의 구조, 스프링이나 형상기억합금을 이용한 구조, 케이블-스위스 형태의 구조, 자

기장 조향이 가능한 구조 등이 있다<sup>[2-6]</sup>. 연속체 로봇은 주로 가늘고 긴 모양을 가져서 좁고 깊은 통로를 지나갈 수 있으며 이러한 장점으로 인하여 인체 내에 삽입이 되어 시술이나 수술 작업을 보조하는 역할로 사용이 될 수 있다<sup>[7-10]</sup>.

연속체 로봇은 주로 굴곡이 잘 되고 유연한 물체를 이루는 빔(beam)과 이 빔을 구동할 수 있는 구동 와이어(tendon)로 구성이 된다. 연속체 로봇의 재료는, 소형 연속체 로봇이 인체에 용이하게 들어가기 위해, 크기를 작게 줄일 수 있는 열가소성 폴리머 재질이나, 형상기억합금과 같은 초탄성 금속이 많이 사용된다. 구동 와이어 같은 경우에는 형상기억합금 와이어, 스테인레스 스틸 와이어, 고분자 재질의 와이어가 주로 사용된다.

본 논문에서는 페박스(Pebax<sup>®</sup>)라는 열가소성 플라스틱으로 제작된 빔과 스테인레스 스틸 와이어로 구동이 되는 소형 연속체 로봇을 제작하였다[Fig. 1]. 페박스는 폴리아미드계 열가소성 탄성중합체로, 유연하면서 안정성, 내약품성이 좋아서 인체 내에서 사용이 가능한 고분자 재료이다. 이 연속체 로봇의 빔은 중간에 하나의 큰 구멍이 있고, 벽에 4개의 구멍이

Received : Aug. 31. 2020; Revised : Oct. 27. 2020; Accepted : Nov. 3. 2020

※ This work was funded by the Industrial Strategic Technology Development Program, Grant no. 10077502, Development of an intelligent cardiovascular intervention assist robot system with 3-dimensional cardiac mapping system and blood vessel visualization, and by Grant no. NK224F, Development of highly efficient and safe industrial manipulator for human-robot collaboration

1. Senior Researcher, Department of Medical Assistant Robotics, KIMM, Daegu, Korea (kiyoung, jangho, mksin@kimm.re.kr)

2. Principal Researcher, Department of Medical Assistant Robotics, KIMM, Daegu, Korea (woohs@kimm.re.kr)

† Assistant Professor, Corresponding author: Department of Robot and Smart System Engineering, Kyungpook National University, Daegu, Korea (jwsuh@knu.ac.kr)



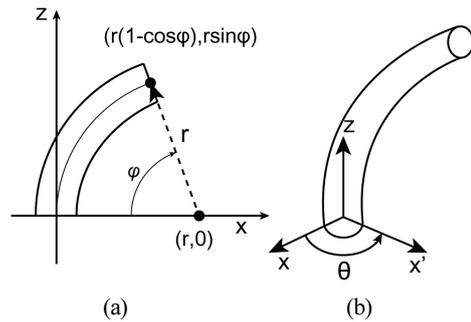
[Fig. 1] The suggested continuum manipulator

있도록 제작되었다. 구동 와이어는 벽에 있는 4개의 구멍에 삽입이 되고, 연속체 로봇의 말단 부분에서 고정되어 와이어를 잡아당기는 동작으로 빔을 조향시킬 수 있다. 이 소형 연속체 로봇은 인체 내에 삽입되어 여러가지 중재 수술을 하려는 목적으로 개발되었다. 연속체 로봇은 연조직을 채취하거나 치료작업을 하는 경우에는 외부 환경으로부터 하중을 받게 된다. 외부에서 부하 하중이 있는 조건에서, 연속체 로봇의 형상이 어떻게 변화되는지를 파악하는 것은 매우 중요하다<sup>[11]</sup>. 외부 힘에 의한 강성 분석 및 형상 변화를 시뮬레이션 할 수 있다면, 실제 의료 시술 시, 별도의 형상 측정 센서 없이도 형상을 파악할 수 있는 장점이 있다. 또한 크기 제약조건이 심한 하이퍼 리던던트 로봇의 설계에도 도움을 줄 수 있는 데, 동일한 크기 제약 조건에서 기하학적인 변수들을 조정함에 따라 좀더 외력에 강인하거나 S자 굴곡 현상을 최소화시킬 수 있는 로봇을 설계할 수 있다. 본 논문에서는 제안된 연속체 로봇의 정역학적 모델을 개발하고, 외부에서 측면 하중을 받게 될 경우의 형상 변화에 대해서 고찰해 보기로 한다. 2장은 기본적인 연속체 로봇의 기구학과 정역학에 대해서 설명한다. 3장에서는 측면 외력을 받게 될 경우의 연속체 로봇에 대해서 모델링한다. 또한 기존의 변위 계산 방법과 본 논문에서 제시된 가상 일-에너지를 이용한 변위 계산 방법을 비교해 보기로 한다.

## 2. 연속체 로봇 모델링

### 2.1 연속체 로봇 기구학

연속체 로봇의 기본적인 기구학에 대해서 알아보기로 한다. 본 연구에서 제안된 연속체 로봇은 굴곡 변화가 발생하는 탄성체와, 그 탄성체 안에 삽입되는 구동 와이어로 이루어졌다. 편의상, 본 논문에서는 탄성체를 빔이라고 부르도록 한다. [Fig. 2(a)]와 같이, 유클리디안 공간 상에서, 빔이  $x-z$  평면에 있을 때 각도  $\phi$  만큼 굴곡이 발생한다고 가정하자. 그러면 연속



[Fig. 2] (a) Coordinates of the continuum manipulator in  $x-z$  plane, (b) Rotation of the continuum manipulator with the angle of  $\theta$

체 로봇의 끝단  $x-y-z$  축 좌표는  $(r(1-\cos\phi), 0, r\sin\phi)$ 가 된다. 다시  $x-z$  평면상에 놓인 빔이  $x'-z'$  축으로 각도  $\theta$  만큼 회전할 경우, 연속체 로봇 끝단의 좌표는, 베이스 좌표에서부터 말단부위까지, 아래와 같은 변환 행렬로 표현할 수 있다.

$$T = \begin{bmatrix} R_z(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_y(\phi) & \mathbf{p} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기에서  $R_y(\phi) \in SO(3)$  이고,  $+y$  축으로 회전함을 의미하는 회전 행렬이다. 식 (1)에 곡률을 나타내는 변수로 표현을 한다면, 곡률  $\kappa$ 와 곡률 반경  $r$ 과의 관계는 아래와 같이 표현된다.

$$\kappa = \frac{1}{r} \text{ (where } r \neq 0) \quad (2)$$

또한 연속체 빔의 길이가  $\ell$ 인 경우, 빔의 구간  $0$ 에서부터  $\ell$ 까지 범위에서, 임의의 점에서의 빔의 길이를  $s$ 라고 가정하면,

$$\Phi = \kappa s \text{ (where } s \in [0, \ell]) \quad (3)$$

그러면 식 (1)-(3)을 이용하여, 연속체 빔의 길이가  $s$ 이고  $x-z$  평면 상에서 각도  $\phi$ 만큼 굴곡이 발생하고, 연속체 빔의 기저부에서 각도  $\theta$ 만큼 회전하였을 경우, 변환행렬은 아래와 같다.

$$T = \begin{bmatrix} \cos\theta \cos\kappa s & -\sin\theta & \cos\theta \sin\kappa s & \frac{\cos\theta(1-\cos\kappa s)}{\kappa} \\ \sin\theta \cos\kappa s & \cos\theta & \sin\theta \sin\kappa s & \frac{\sin\theta(1-\cos\kappa s)}{\kappa} \\ -\sin\kappa s & 0 & \cos\kappa s & \frac{\sin\kappa s}{\kappa} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\kappa}{1} \end{bmatrix} \quad (4)$$

이러한 변환은 다양한 방법으로 계산이 될 수 있고, Denavit-Hartenburg (D-H) 파라미터를 이용하는 방법이나 지수 함수를 이용한 방법, Frenet-Serret 좌표축을 활용한 방법 등이 있다<sup>[12]</sup>.

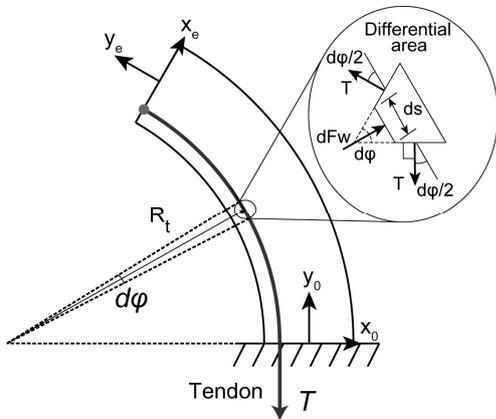
2.2 단일 와이어 구동 연속체 로봇의 모델링

본 논문에서 제안된 연속체 로봇은 굴곡 부위의 벽에 4개의 구멍이 뚫려 있어, 이 안으로 구동 와이어가 삽입되는 구조이다. 복잡한 4개의 구동와이어의 모델링을 다루기 전에, 가장 간단한 단일 와이어로 구동이 되는 연속체 로봇을 모델링 해 본다. 단일 와이어 구동에 대한 역학 모델링은 Camarillo와 Oliver-Butler의 단일 와이어 구동에 대한 내용을 참고하였다<sup>[13,14]</sup>. 단일 와이어 구동에 대한 내용은 이후 외력에 대한 형상 변화에 대한 모델링의 기초가 된다. [Fig. 3]과 같이 한 가닥의 구동 와이어를 잡아당길 경우, 한 쪽으로 휘어지는 굴곡 현상이 나타난다. 이를 기구학적으로 모델링하기 위해서, 아래와 같은 가정을 하기로 한다<sup>[13]</sup>.

- 1) 굴곡형상은 일정한 상수의 곡률을 가진다.
- 2) 굴곡이 일어날 때, 단면의 형상은 항상 일정하다.
- 3) 탄성체는 압축 및 벤딩 응력을 받지만, 압축으로 인한 변형은 무시한다.
- 4) 구동 와이어는 늘어나지 않는다.

이와 같은 가정을 하는 이유는, 탄성체의 특성상, 비선형적인 거동으로 인해 기구학 모델링이 어렵고, 전통적인 캔틸레버 빔 이론을 이용하여 연속체 로봇의 굴곡 변화를 단순하게 모델링하기 위함이다. 구동 와이어의 늘어남이나 빔의 이력 현상, 공간 상에서 연속체 로봇의 구동은 본 논문에서는 다루지 않고, 여기에서는 연속체 로봇의 기본적인 역학 모델링 및 외력에 대한 형상 변화에 대해서 다루기로 한다.

구동 와이어를 잡아당기게 되면, 연속체 로봇의 빔은 일정한 곡률 반경을 가지고 형상이 회전하게 된다. 식 (2)와 같이 곡률을 정의하였고, 곡률은 다시 아래와 같이 표현이 될 수 있다.



[Fig. 3] Bending shape of the continuum manipulator with a single actuation

$$\kappa = \frac{d\phi}{ds} \tag{5}$$

[Fig. 3]과 같이 구동 와이어는 중심 축에서 일정한 거리만큼 떨어진 거리에 있고, 선형적인 모델이라는 가정 상, 중심 축과 평행하게 구동 와이어가 놓이게 된다. 그리고 구동 와이어에는 인장력만이 걸리고 그 장력은 와이어의 길이에 따라 일정하게 분포한다고 가정한다. 구동 와이어는 빔 안에 놓여지기 때문에 길이 방향에 수직인 분포하중을 받게 된다[Fig. 4].

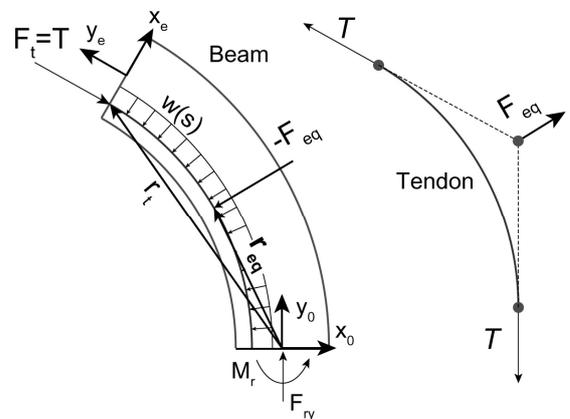
[Fig. 3]과 같이 왼쪽으로 휘어진 빔과 와이어의 정역학적 평형 상태를 알아보기로 한다. [Fig. 3]의 와이어의 미소영역에서, 와이어가 빔에 놓인 수직방향으로 dF\_w가 작용하고, 미소 성분에서의 와이어는 양쪽으로 장력 T 만큼 잡아당겨진다. 따라서, 미소영역의 평형상태는 아래의 식과 같다.

$$dF_w = 2T \sin \frac{d\phi}{2} \cong 2T \frac{d\phi}{2} = Td\phi \tag{6}$$

식 (5)와 (6)을 이용하여, [Fig. 4]의 분포하중 w(s)는 아래와 같이 표현된다.

$$w(s) := \frac{dF_w}{ds} = T \frac{d\phi}{ds} = T\kappa_t \tag{7}$$

여기에서  $\kappa_t$ 는 와이어의 곡선 모양의 곡률 상수이다. 와이어의 단위길이당 힘 w(s)는 앞에서의 가정 1)-4)을 통해서 일정함을 알 수 있다. 이제 빔과 와이어를 모두 고려한 [Fig. 4]에 대해서 알아본다. 와이어에 작용하는 힘은 양 끝단에 작용하는 장력 T가 된다. 여기에서 마찰이나 중력에 대한 힘은 장력 T에 비해서는 매우 작기 때문에 무시하기로 한다. 이제 빔에 작용하는 여러 힘에 대해서 힘과 모멘트 평형상태를 알아보기로 한다. 먼저 휘어진 빔 안에 놓인 와이어의 전체 길이에 작용하는



[Fig. 4] Free body diagram of the cross section of the continuum manipulator

분포 하중  $w(s)$ 와 동일한 짝 힘  $F_{eq}$ 를 계산해 보기로 한다. 기저 좌표축에 대해서  $w(s)$ 는 아래와 같이 계산 된다.

$$w(s) = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -T\kappa_t \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

적분을 이용하여 와이어의 모든 길이에 대한 짝 힘  $F_{eq}$ 를 아래와 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} F_{eq} &= \int_0^\phi w(s) ds \\ &= \int_0^\phi \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -T\kappa_t \\ 0 \end{bmatrix} ds \\ &= T \begin{bmatrix} -\sin \phi \\ \cos \phi - 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

[Fig. 4]의 오른쪽 그림에서, 짝 힘  $F_{eq}$ 는 양 끝단에 작용하는 장력의 연장선이 교차하는 점에 놓일 수 있다. 그리고 짝 힘의 방향에 의하여 이 연장선이 동일한 각도로 양분되며, 와이어는 힘과 모멘트의 평형상태가 이루어지게 된다. 빔에도 이와 동일한 짝 힘  $F_{eq}$ 이 전달되므로, 전체 힘과 모멘트의 평형을 알기 위해 이 점의 위치를 계산하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} r_t &= \left(-d - \frac{2\sin^2 \phi}{\kappa_t}, \frac{2\sin \phi \cos \phi}{\kappa_t}\right) \\ r_{eq} &= \left(-d - \frac{\sin^2 \phi}{\kappa_t}, \frac{\sin \phi \cos \phi}{\kappa_t}\right) \end{aligned} \quad (10)$$

여기에서  $r_t$ 는 와이어의 끝단 위치 좌표이고,  $r_{eq}$ 는 와이어의 중간 위치 좌표이다. 힘과 모멘트에 대한 정역학적 평형 상태를 이용하여 빔에 작용하는 힘과 모멘트를 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sum F &= 0 \\ &= F_{eq} + F_T + F_r \\ F_r &= -T \begin{bmatrix} -\sin \phi \\ \cos \phi - 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -T \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ T \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

기저 좌표의 원점에서 모멘트 방정식은 아래와 같이 계산 된다.

$$\begin{aligned} \sum M &= 0 \\ &= r_t \times F_T + r_{eq} \times F_{eq} + M_r \\ M_r &= -Td \end{aligned} \quad (12)$$

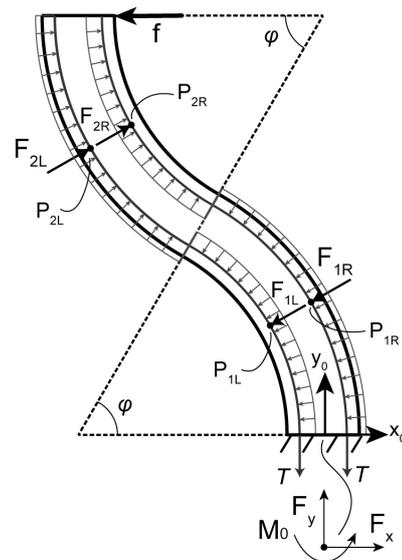
식 (11)과 (12)에서,  $F_r$ 과  $M_r$ 은 [Fig. 4]에서 빔의 기저부에 작용하는 힘과 모멘트이다. 식 (11)과 (12)에서 알 수 있듯이, 정역학적 평형상태에서는 빔의 각도  $\phi$ 에 상관없이 항상 방정식의 값이 0이 될 수 있음을 알 수 있다. 빔의 각도를 알기 위해

서는 빔의 탄성 계수  $E$ 와 관성 모멘트  $I$ 를 고려한 휨(bending)에 관한 방정식을 도입해야 한다.

### 3. 외부 측면 하중에 대한 정역학 분석

#### 3.1 측면 외력 시 S자 형태의 연속체로봇 모델링

연속체 로봇의 끝단에 측면 방향으로 외력이 작용하는 경우에 대해서 알아보기로 한다. [Fig. 5]와 같이 연속체 로봇의 끝단에 외력  $f$ 가 작용하고, 구동 와이어는 길이가 고정된 경우에 대해서 알아보자. 연속체 로봇의 빔은 처음에는 외력의 방향으로 회전하다가, 구동 와이어의 길이가 고정되어 있기 때문에, 이를 보상해 주기 위해 말단 부분은 외력의 반대 방향으로 회전하게 된다. 따라서 전체적으로 S 자 형태의 굴곡이 발생하게 된다. 연속체 로봇의 구동 와이어가 모터에 의해 그 길이가 고정되어 있을 경우 측면 힘이 가해지면, 기저부에서 볼록한 아크 형태의 모양이 발생하고, 말단부에서는 오목한 반대 방향의 아크 모양이 발생한다. 이를 S자 굴곡이라고 한다. 이는 기저부에서 줄어드는 길이만큼 말단부에서는 퍼지는 길이가 존재하기 때문이다. 그 함은 양쪽 와이어 모두 0이고, 이 때의 형상은 대칭성을 가지는 S자 굴곡이 된다. 늘어나지 않는 구동 와이어는 모두 동일한 토크를 기저부에서 말단부로 전달하기 때문에 대칭성을 이룬다고 가정한다. 가정 4)에 의해서 구동 와이어는 늘어나지 않고, 길이가 고정되어 있기 때문에, S 자 굴곡이 이루어지게 되어도 항상 길이는 고정된다. 두 가닥의 와이어에는 장력  $T$ 가 작용하고, S 자 굴곡을 따라서 분포 하중이 일정하게 작용한다. [Fig. 4]와는 달리 연



[Fig. 5] Free body diagram of the S-shape bending of the continuum manipulator

속체 빔의 끝단에 힘이 작용하지 않는 이유는 빔과 구동 와이어를 하나의 몸체로 생각할 경우, 그 힘이 상쇄되기 때문이다. 이 때 와이어가 빔에 작용하는 힘은 분포 하중과 동일한  $F_{1L}, F_{1R}, F_{2L}, F_{2R}$ 이다.

빔의 기저 부분에서는 힘  $F_x, F_y$  과 모멘트  $M_0$ 가 모두 작용한다. 기저부의 장력 T은 상쇄되지 않는 힘이기 때문에, 기저부에 표시되었다. 앞서 가정 내용과 같이, 빔은 일정한 곡률로 회전하고 와이어는 늘어나지 않고 길이가 일정하기 때문에 S 자 굴곡의 각도는 모두  $\phi$ 가 된다. 정역학적 평형 상태를 이용하여, 기저 부분에 발생하는 힘과 모멘트를 구해 본다. 식 (8)과 (9)를 이용하여 기저축에서 x 축방향으로 d 만큼 떨어져 있는 와이어의 힘  $F_{1L}, F_{1R}$ 은 아래와 같다.

$$F_{1L} = \int_0^\phi \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -T/(R_c-d) \\ 0 \end{bmatrix} ds \quad (13)$$

$$= T \begin{bmatrix} -\sin \phi \\ \cos \phi - 1 \end{bmatrix} / (R_c - d)$$

$$F_{1R} = T \begin{bmatrix} -\sin \phi \\ \cos \phi - 1 \end{bmatrix} / (R_c + d)$$

힘  $F_{2L}, F_{2R}$ 은 [Fig. 5]와 같이 방향만 다른 동일한 성분이다.

$$F_{1L} + F_{2R} = 0 \quad (14)$$

$$F_{1R} + F_{2L} = 0$$

이러한 힘들이 작용하는 점  $P_{1L}, P_{1R}, P_{2L}, P_{2R}$ 의 좌표는 아래와 같이 구할 수 있다.

$$P_{1L} = (-R_c + (R_c - d)\cos \frac{\phi}{2}, (R_c - d)\sin \frac{\phi}{2}) \quad (15)$$

$$P_{1R} = (-R_c + (R_c + d)\cos \frac{\phi}{2}, (R_c + d)\sin \frac{\phi}{2})$$

점  $P_{2L}, P_{2R}$ 의 좌표는 아래와 같은 변환 행렬  $T_{2L}, T_{2R}$ 을 사용하면 편리하다.

$$T_{2L} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & (R_c - d)(\cos \phi - 1) \\ \sin \phi & \cos \phi & (R_c - d)\sin \phi \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} \cos(-\frac{\phi}{2}) & -\sin(-\frac{\phi}{2}) & (R_c + d)(1 - \cos \frac{\phi}{2}) \\ \sin(-\frac{\phi}{2}) & \cos(-\frac{\phi}{2}) & (R_c + d)\sin \frac{\phi}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{2R} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & (R_c + d)(\cos \phi - 1) \\ \sin \phi & \cos \phi & (R_c + d)\sin \phi \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cos(-\frac{\phi}{2}) & -\sin(-\frac{\phi}{2}) & (R_c - d)(1 - \cos \frac{\phi}{2}) \\ \sin(-\frac{\phi}{2}) & \cos(-\frac{\phi}{2}) & (R_c - d)\sin \frac{\phi}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

이를 풀이하면 점들의 좌표는 아래와 같다.

$$P_{2L} = (2R_c \cos \phi - R_c \cos \frac{\phi}{2} - d \cos \frac{\phi}{2} - R_c + d, \quad (17)$$

$$2R_c \sin \phi - R_c \sin \frac{\phi}{2} - d \sin \frac{\phi}{2})$$

$$P_{2R} = (2R_c \cos \phi - R_c \cos \frac{\phi}{2} + d \cos \frac{\phi}{2} - R_c - d,$$

$$2R_c \sin \phi - R_c \sin \frac{\phi}{2} + d \sin \frac{\phi}{2})$$

힘의 평형 상태를 이용하여  $F_x, F_y$ 를 계산할 수 있다.

$$\sum F = 0 \quad (18)$$

$$F_{1L} + F_{1R} + F_{2L} + F_{2R} + \begin{bmatrix} -f \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -2T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \\ 2T \end{bmatrix}$$

결국 분포하중으로 얻어진 힘은 내부적인 힘이기 때문에 합력이 0이 되고 기저부에 가해지는 힘은 식 (18)과 같이 구해질 수 있다. 이 때 기저부에 발생하는 모멘트는 아래와 같다. 벡터로 계산된 점  $P_{1L}, P_{1R}, P_{2L}, P_{2R}$ 의 좌표를 이용하여 스칼라 형태의 모멘트 암의 길이와 힘의 크기를 구하면 편리하다.

$$|F_{1L}| = \frac{2T}{R_c - d}(1 - \cos \phi) \quad (19)$$

$$|F_{1L} + F_{1R}| = 4(1 - \cos \phi) \frac{R_c T}{R_c^2 - d^2}$$

$$\sum M = 0$$

$$M_0 = f(2R_c \sin \phi) - 4(1 - \cos \phi) \frac{R_c T}{R_c^2 - d^2} \left( 2R_c \sin \frac{\phi}{2} \right)$$

식 (19)에서 기저부에 발생하는 모멘트는 외력 f, 장력 T에 비례한다. 식 (12)와 같이 순수하게 장력 T와 거리 d의 곱에 의해 발생하는 모멘트와는 달리, 외력이 작용하기 때문에, 만약 기저부가 고정되어 있거나 단단한 경성 샤프트가 아니라 유연한 재질의 샤프트를 사용하게 된다면, 외력이 달라짐에 따라 모멘트 변화가 발생되어 기저부의 샤프트가 휘어지는 요인으로 작용한다. 다음 장에서는 연속체 로봇의 물성치를 이용하여 외력에 의해 변화된 형상을 정량적으로 구해 본다.

### 3.2 측면 외력 시 연속체 로봇의 변위 분석

구동 와이어의 길이가 고정되어 있고, 측면 외력이 가해질 경우 연속체 로봇은 S 자 형태로 구부러진다. 이러한 경우에는 연속체 로봇을 구성하고 있는 재료의 물성치를 알면 연속체 로봇의 형상을 예측할 수 있다. Camarillo 등은 연속체 로봇의

물성치를 알기 위해, 직접 축 방향 및 휨 방향 강성 계수를 실험을 통해 구하였다<sup>[13]</sup>. 이는 연속체 로봇의 재료가 복잡할 경우, 강성 계수를 쉽게 구할 수 있다는 장점이 있지만, 실험 환경이나 셋팅, 측정 방법 등에 따라 강성 계수 값이 달라질 수 있는 단점이 있다. Oliver-Butler 등은 전통적인 캔틸레버 빔 이론을 이용하여 형상 변화를 모델링하였다<sup>[14]</sup>. 하지만 구동 와이어의 분포 하중을 고려하지 않았고, 장력이나 곡률과 같은 연속체 로봇의 파라미터들이 빠져 있다. 본 논문에서는 가상 일 및 내부 에너지 증가라는 새로운 관점에서 형상을 분석해 보고자 한다.

가상 일은 외력이 한 일과, 연속체 로봇의 구동 와이어가 빔에게 전달하는 분포 하중이 한 일 두가지로 구분이 될 수 있다. 외력이 한 일  $W_1$ 은 다음과 같다.

$$W_1 = f(2R_c - 2R_c \cos \phi_c) \quad (20)$$

구동 와이어에서 발생한 일정한 분포 하중은 임의의 각도  $\phi$ 에서 식 (7)에서 설명된 것처럼  $\omega(s)$ 가 된다. S 자로 휘어진 빔에서 반쪽 형태에 대해서만 고려해 볼 때, 스칼라 형태로 표현한 분포 하중은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} w_{1L} = w_{2R} &= \frac{T}{R_c - d} & w_{1R} = w_{2L} &= \frac{T}{R_c + d} \\ w_1 = w_{1L} + w_{1R} &= \frac{2TR_c}{R_c^2 - d^2} \approx \frac{2T}{R_c} \end{aligned} \quad (21)$$

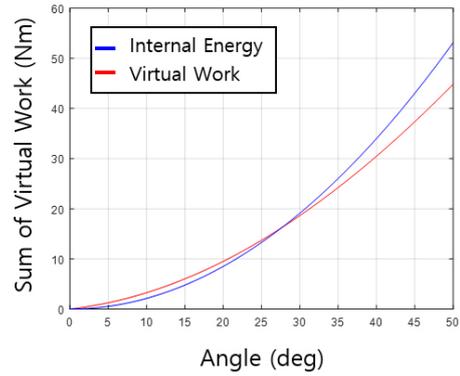
$w_1$ 은 빔의 S자 굴곡에서 아래부분에서의 전체분포 하중이 된다. 구동 와이어의 거리  $d$ 는  $R_c$ 에 비해서 매우 작은 값이기 때문에 식 (21)과 같이 근사화가 가능하다. 분포 하중으로 인해 연속체 로봇의 빔이 변형된 거리를 각도  $\phi$ 로 나타내면 다음과 같다.

$$\delta(\phi) = R_c - R_c \cos \phi \quad (22)$$

분포 하중을 이용한 가상 일은 아래와 같다. S 자로 변형된 빔의 절반에 대해서 이루어진 가상 일이 2배이면 전체 일이 된다.

$$\begin{aligned} W_2 &= \int_0^L \frac{2T}{R_c} \delta(\phi) ds \\ &= 2 \int_0^{\phi_c} \frac{2T}{R_c} (R_c - R_c \cos \phi) R_c d\phi \\ &= 4TR_c [\phi - \sin \phi]_0^{\phi_c} = 4TR_c (\phi_c - \sin \phi_c) \end{aligned} \quad (23)$$

외력이 한 일  $W_1$ 과 분포하중이 한 일  $W_2$ 의 합은 모두 연속체 로봇의 빔이 휨 변형을 해서 늘어난 에너지 증가량과 동일하다. 구동 와이어의 경우 이상적인 늘어나지 않는 와이어로 가정하였기 때문에 구동 와이어의 휨 변형으로 인해 늘어난 에너지는 고려하지 않는다. 빔의 늘어난 에너지를  $U$ 라고 하고, 탄성 계수를



[Fig. 6] A graph about the virtual work and the internal energy

$E$ , 관성 모멘트를  $I$ 라고 하면, 캔틸레버 빔 이론에서 증가된 내부 에너지는 아래와 같다. S 자 굴곡으로 변형이 발생하기 때문에 길이가 절반인 2개의 캔틸레버 빔이 힘을 받게 된다. 따라서,

$$U = 2 \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{M^2}{2EI} dx \quad (24)$$

캔틸레버 빔이 균일한 분포하중을 받을 경우, 식 (24)에서 모멘트  $M$ 은 아래와 같이 표현된다.

$$M = \frac{1}{2} w_1 x^2 = \frac{T}{R_c} x^2 \quad (25)$$

식 (24)와 (25)를 풀어주면 아래와 같은 식이 얻어진다.

$$U = \frac{T^2}{160EI R_c^2} L^5 \quad (26)$$

여기에서 빔의 길이  $L = 2R_c \phi_c$ 가 된다. 빔의 길이는 알고 있는 치수이기 때문에, 곡률반경  $R_c$ 는  $\phi_c$ 로 나타낼 수 있다. 따라서 식 (20), (23), (26)을 이용하여 각도  $\phi_c$ 를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} W_1 + W_2 &= U \\ \frac{fL}{\phi_c} (1 - \cos \phi_c) + 2LT \left( 1 - \frac{\sin \phi_c}{\phi_c} \right) &= \frac{T^2 L^3}{40EI} \phi_c^2 \end{aligned} \quad (27)$$

각도  $\phi_c$ 를 제외한 나머지 변수들은 정역학적인 평형 상태일 때, 모두 상수로 표현이 될 수 있다. 식 (27)은 각도  $\phi_c$ 에 대해서 비선형 방정식이기 때문에 수치해석적인 방법을 이용하여 풀어야 한다. MATLAB의 fsolve 함수를 이용하여 식 (27)을 풀었다. 본 논문에서 제작된 로봇 카테터의 치수를 참고하여, 페박스 재료의 탄성 계수  $E=20 \text{ N/mm}$ 가 주어지고 관성 모멘트  $I=20.15 \text{ mm}^4$ 으로 주어졌다. 장력  $T=3 \text{ N}$ , 전체 길이  $L=50 \text{ mm}$ 이고, 외력  $f$ 는  $0.1 \text{ N}$ 에서  $0.4 \text{ N}$ 까지  $0.1 \text{ N}$ 씩 변화시켜 보았다. 먼저 식 (27)의 수렴 가능성을 확인하고자, 외력의 합계와

내부 에너지에 관한 그래프를 작성하였다[Fig. 6]. 외력의 합계와 내부 에너지는 각각 원점을 지나는 포물선 형태를 지니고, 한 점에서 교차하기 때문에 각도  $\phi_c$ 의 값이 존재함을 확인하였다. 또한 이 식에서 얻어진 각도  $\phi_c$ 를 통해 재구성된 빔의 형상은 Oliver-Butler 등이 제시한 빔의 형상에 관한 식 (28)과 비교해 본다<sup>[14]</sup>. 계산된 각도값을 이용하여, 식 (4)를 이용하여 연속체 로봇의 형상을 도시하였다. 이는 [Fig. 7]과 같다.

$$\delta(x) = \frac{fx^3}{3EI} - \left(\frac{x}{L}\right) \frac{fx^3}{4EI} \quad (28)$$

식 (28)에서  $\delta(x)$ 은 빔의 길이 방향(x축)으로 처짐 길이를 나타낸다.

[Fig. 7]과 같이 전통 캔틸레버 빔 이론을 이용한 방식과 본 논문에서 제안된 가상 일-에너지 방식을 이용하여 계산된 연속체 로봇의 형상에 관한 그래프를 볼 수 있다. 이 그래프는 외력을 0.1 N에서 0.4 N까지 0.1 N 만큼 증가시켰을 때, 연속체 로봇 빔의 형상을 도시하였다.

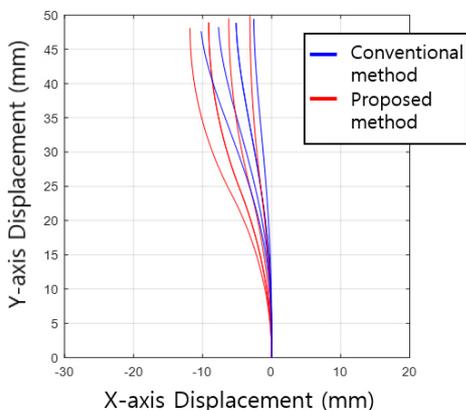
전통적인 방식과 본 논문에서 제안된 방식에서 얻어진 형상은 중간 부분으로 갈수록 거리 차이가 커진다. 이는 본 논문에서는 대칭성을 이용하여 빔의 형상을 얻었기 때문이다. 대칭성을 이용하면 외력에 대한 강성 계산이 용이해지는 데<sup>[11]</sup>, 본 논문에서도 대칭성을 이용하여 내부 힘을 용이하게 계산하였다. 하지만 이러한 대칭성이 실제의 연속체 로봇의 형상을 잘 따라가는 지는 실험을 통해서 좀더 확인해 보아야 할 것이다.

반면에 전통적인 방식에서 계산된 x축(측면) 변위 좌표와 본 논문에서 제안된 방식으로 계산된 x축(측면) 변위 좌표는 비슷함을 알 수 있다. 외력 0.4 N, 휨 각도가 27.6도였을 때 변위 차이는 1.62 mm, 오차율은 15.9% 이고, 외력 0.1 N, 휨 각도가 7.2도 인 경우에 변위 차이는 0.596 mm, 오차율은 23.4%였다. 전통적인 방식은 미소 변화 시에 좀더 알맞기 때문에, 휨으

로 인한 변형 각도가 10도 이하일 경우에는 본 논문에서 제안한 방식과 약 0.8 mm 변위 오차, 오차율은 22.9%를 가지게 된다. 본 논문에서 제작된 연속체 로봇은 부정맥 시술용에 적합한 크기로 개발이 되었기 때문에, 길이 50 mm의 연속체 로봇의 측면 외력에 대한 강성 예측 시, 변형 각도가 약 12도 이하일 경우에는 1 mm 이하의 오차를 가지게 된다. 대체적으로 1 mm 안의 오차를 허용한다면, 부정맥 시술 시뮬레이션 시에는 전통적인 방법의 강성 예측 방법과 결과가 비슷하게 나오기 때문에, 본 논문에서 제안된 방법으로도 강성 예측을 할 수 있을 것이다. 또한 외부 힘이 3차원의 힘일 경우, 연속체 로봇이 가지게 되는 형상에 대해서도 추가적으로 분석해 볼 예정이다. 시뮬레이션만이 아니라, 3차원의 힘에 대한 다양한 실험을 통해서 본 논문에서 제안된 방법을 검증해 볼 예정이다.

### 4. 결 론

본 논문에서는 열가소성 탄성중합체인 페박스라는 소재를 사용하여, 다공의 유연튜브를 제작하고, 스테인레스 구동 와이어를 사용하여 굽힘 동작을 할 수 있는 연속체 로봇의 정역학적 모델링에 대해서 다루었다. 연속체 로봇은 부정맥 시술을 위해 제작되었고, 협소한 외부 환경과의 물리적 접촉에서, 연속체 로봇의 끝단에서 측면 외력이 작용할 경우, 가장 심하게 변형을 받을 수 있다. 이에 측면 외력 작용 시의 형상 및 변위를 예측하고자, 기본적인 기구학 및 정역학 모델링, 외력이 작용하는 경우의 힘-모멘트 평형, 가상 일-에너지에 관해 서술하였다. 가상 일-에너지 방법을 이용하여 변위를 예측하였고, 이를 전통적인 캔틸레버 빔을 이용한 변위 계산 식과 비교해보았다. 본 논문에서 제시된 방법은 부정맥 시술용 시뮬레이션으로 사용이 될 수 있다. 이후에는 실제 개발된 수술로봇을 활용하여 본 논문에서 제안된 방법을 검증하고, 2차원뿐만 아니라 3차원 힘에 대한 다양한 실험 및 정량적 분석을 해 볼 예정이다.



[Fig. 7] Shape deformations calculated by the conventional method and the proposed method

### References

- [1] J. Burgner-Kahrs, D. C. Rucker, and H. Choset, "Continuum robots for medical applications: a survey," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 31, no. 6, pp. 1261-1280, December, 2015, DOI: 10.1109/TRO.2015.2489500.
- [2] H. Jeoung, J. Lee, and N. Kim, "Parameter estimation of a friction model for a tendon-sheath mechanism," *Journal of Korea Robotics Society*, vol. 15, no. 2, pp. 190-196, June, 2020, DOI: 10.7746/jkros.2020.15.2.190.
- [3] H.-J. Cha and B.-J. Yi, "Design of a new 4-dof soft finger mechanism," *Journal of Korea Robotics Society*, vol. 3, no. 4, pp. 315-322, December, 2008, [Online], <http://www.jkros.org>.

- [4] G. He, "Motion planning and control for endoscopic operations of continuum manipulators," *Intelligent Service Robotics*, vol. 12, pp. 159-166, December, 2019, DOI: 10.1007/s11370-018-00269-0.
- [5] J. Hwang, J.-Y. Kim, and H. Choi, "A review of magnetic actuation systems and magnetically actuated guidewire-and catheter-based microrobots for vascular interventions," *Intelligent Service Robotics*, vol. 13, pp. 1-14, January, 2020, DOI: 10.1007/s11370-020-00311-0.
- [6] J.-W. Suh and K.-Y. Kim, "Harmonious cable actuation mechanism for soft robot joints using a pair of noncircular pulleys," *Journal of Mechanisms and Robotics*, vol. 10, no. 6, pp. 061002, December, 2018, DOI: 10.1115/1.4041055.
- [7] H.-S. Yoon and B.-J. Yi, "Development of a 4-dof continuum robot using a spring backbone," *Journal of Korea Robotics Society*, vol. 3, no. 4, pp. 323-330, December, 2008, [Online], <http://www.jkros.org>.
- [8] H. Lee, C. Song, and J. Son, "Hand-controller mechanism and its optimal design method for manually controlled endoscopic surgical instrument," *Journal of Korea Robotics Society*, vol. 14, no. 3, pp. 203-210, September, 2019, DOI: 10.7746/jkros.2019.14.3.203.
- [9] H. Han and D. Y. Lee, "An inextensible wire-shaped deformation model for catheter simulation," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, vol. 22, no. 8, pp. 610-614, 2016, DOI: 10.5302/J.ICROS.2016.16.0119.
- [10] J.-W. Suh and K.-Y. Kim, "Design of a discrete bending joint using multiple unit pref joints for isotropic 2-dof motion," *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 15, no.1, pp. 64-72, 2017, DOI: 10.1007/s12555-016-0474-z.
- [11] Y.-J Kim, S. Cheng, S. Kim, and K. Iagnemma, "A stiffness-adjustable hyper-redundant manipulator using a variable neutral-line mechanism for minimally invasive surgery," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 30, no. 2, pp. 382-395, April, 2014, DOI: 10.1109/TRO.2013.2287975
- [12] R. J. Webster III and B. A. Jones, "Design and kinematic modeling of constant curvature continuum robots: a review," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 29, no. 13 pp. 1661-1683, November, 2010, DOI: 10.1177/0278364910368147.
- [13] D. B. Camarillo, C. F. Milne, C. R. Carlson, M. R. Zinn, and J. K. Salisbury, "Mechanics modeling of tendon-driven continuum manipulators," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 24, no. 6, pp. 1262-1273, December, 2008, DOI: 10.1109/TRO.2008.2002311.
- [14] K. Oliver-Butler, J. Till, and C. Rucker, "Continuum robot stiffness under external loads and prescribed tendon displacements," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 35, no. 2, pp. 403-419, April, 2019, DOI: 10.1109/TRO.2018.2885923.



### 김기영

2003 KAIST 기계공학(학사)  
2005 KAIST 기계공학(석사)  
2012 KAIST 기계공학(박사)  
2016~현재 한국기계연구원 선임연구원

관심분야: 수술로봇, 연속체 로봇, 텐던 메커니즘



### 우현수

2000 KAIST 기계공학(학사)  
2002 KAIST 기계공학(석사)  
2009 KAIST 기계공학(박사)  
2010~현재 한국기계연구원 책임연구원

관심분야: 수술/재활로봇, 인간증진 로봇, 로봇 매니플레이터



### 조장호

2002 KAIST 기계공학(학사)  
2004 KAIST 기계공학(석사)  
2010 KAIST 기계공학(박사)  
2013~현재 한국기계연구원 선임연구원

관심분야: 원격제어, 햅틱제어, 시간지연제어



### 신민기

2010 서울대학교 기계항공공학부(학사)  
2017 서울대학교 기계공학과 석박사 통합(박사)  
2018~현재 한국기계연구원 선임연구원

관심분야: 재활로봇, 웨어러블 로봇, 소프트 로봇



### 서정욱

2007 KAIST 기계공학(학사)  
2009 KAIST 기계공학(석사)  
2013 KAIST 기계공학(박사)  
2019~현재 경북대학교 로봇 및 스마트 시스템공학과 조교수

관심분야: 의료용 로봇, 로봇 메커니즘 설계