

반발계수의 모델링과 동적 시스템의 충돌 분석으로의 적용

Modelling of variable coefficient of restitution and its application to impact analysis of dynamic systems

류 환 택¹, 최 재 연², 권 영 현³, 이 병 주[†]

Hwan-Taek Ryu¹, Jae-Yeon Choi², Young-Hun Kwon³, Byung-Ju Yi[†]

Abstract In classical dynamics, the coefficient of restitution is one of variables to estimate the amount of impulse. In general, we have considered the coefficient of restitution as a constant value. However, coefficient of restitution (COR) is the function of contact material and colliding velocity. Furthermore, COR is also a function of contact area. Thus, without considering the variable characteristic of COR, the actual motion of an object just after impact is not the same as we expect. A general COR model is proposed in this work and its effectiveness is verified through a cart impact experiment and its result is applied to simulation of a ball impact problem. A three-degree-of-freedom manipulator is employed as a test-bed.

Keywords: Coefficient of restitution, external impulse, manipulator, contact material and area, collision velocity, impact dynamics

1. 서 론

충돌(impact) 현상은 우리 실생활에 널리 퍼져있다. 충돌은 물체의 다가오는 속도, 충돌재질, 물체의 모양, 반발계수 등에 의해 영향을 받는다. 또한, 이 모든 경우에서 충돌은 충돌체의 움직임을 바꾸게 한다. 어떤 경우에는 적거나 적당한 충돌이 필요한 경우가 있는가 하면, 어떤 경우에는 더 큰 충돌이 필요한 경우가 있다.

충돌현상과 관련해서 많은 연구들이 진행되어왔다. 로봇과 환경간의 충돌의 분석을 질량-스프링-댐퍼 (mass-spring-damper) 모델로 분석한 것이 그 중 하나이다^[1-3]. Walker는 처음으로 직렬형 (serial type) 로봇 기구 (manipulator)가 정적인 환경에 충돌 했을 때의 충격 모델을 제시하였고, 기구학적으로 여유자유도를 가진 매니퓰레이터에 대해서 충격의 영향을 최소화하는 방식을 제시하였다^[4]. Liao와 Leu 또한 산업용 로봇에 대해서 라그랑지안 (Lagrangian) 기반의 충격 모델을 제시하였다^[5]. 또한, 충돌과 공기역학을 고려한 공의 비행궤적은 최 등에 의해서 분석되었다^[6].

반발계수(COR: coefficient of restitution)는 충돌 전후의 상대속도의 비율로서, 충격 모델에 쓰이는 변수 중의 하나로 알려져 있다. 고전 역학이나 로봇틱스 분야에서 반발계수는 상수로 취급되어왔다. 하지만, 최근에 물리학 분야에서는 반발계수가 상수가 아닌 변수라는 사실들이 여러 연구 및 실험을 통해서 증명되었다. Walton 과 Braun, Kuwabara 와 Kono는 처음으로 물체의 충돌 속도에 따라 반발계수가

Received : Mar. 10. 2015; Reviewed : Apr. 4. 2015; Accepted : Aug. 19. 2015

※ This work was supported by the Technology Innovation Program (10040097) funded by the Ministry of Trade, Industry and Energy Republic of Korea (MOTIE, Korea), supported by Mid-career Researcher Program through NRF grant funded by the MEST (NRF-2013R1A2A2A01068814), and supported by the Technology Innovation Program (10049789, Steering and driving mechanism for Cardio-vascular intervention procedure) funded by the Ministry of Trade, Industry & Energy(MOTIE, Korea). This work performed by ICT based Medical Robotic Systems Team of Hanyang University, Department of Electronic Systems Engineering was supported by the BK21 Plus Program funded by National Research Foundation of Korea(NRF).

[†] Corresponding author: Department of Electronic System Engineering, Hanyang University, Ansan, Korea (bj@hanyang.ac.kr)

¹ Department of Intelligent Robot, Hanyang University (yhtchunja@naver.com)

² Korea Institute of Robot and Convergence, Gyeongbuk (bluedus@kro.re.kr)

³ Department of Applied Physics, Hanyang University (yyhkwon@hanyang.ac.kr)

변한다고 언급하였다^[7,8]. The American Society for Testing and Materials (ASTM)는 야구공의 반발계수를 측정하기 위한 체계적인 방식을 제시하였다^[9]. 반면에 Kagan 와 Atkinson는 환경의 습도에 따라서도 야구공의 반발계수가 변할 수 있다고 보고하였다^[10]. Bernstein 은 튕겨진 공의 소리를 이용한 간접적인 측정 방법을 이용하여 충돌 현상을 분석하였고^[11], Gerl 와 Zippelius는 두 개의 디스크가 충돌 시 반발계수가 속도에 영향을 받는다는 실험결과를 보고하였다^[12]. 최등은 매니플레이터 끝 단의 충돌하는 부분의 재질과 충돌면적이 반발계수에 미치는 영향을 분석하였다^[13].

이 논문에서는 움직이는 카트와 구르는 공과 같은 역학 시스템과 3자유도 직렬형 매니플레이터 간의 충돌에 대한 반발계수 모델을 제시한다. 실험을 통해서, 반발계수는 충돌 물체간의 상대속도뿐만 아니라 충돌 면적에 따라 달라진다는 것을 증명한다. 구체적으로, 변수 반발계수 모델의 효율성을 보여주기 위해 카트와의 충돌실험이 수행되었고, 실험 결과는 매니플레이터가 공에 충격을 가했을 때 공이 굴러가는 움직임을 분석하는 시뮬레이션에 적용되었다.

2. 반발계수의 모델링과 충돌면적이 반발계수에 미치는 영향의 분석

2.1 Impulse modelling

반발계수는 두 물체의 충돌 전후의 상대 속대를 이용하여 유도될 수 있다. 충돌 전과 충돌 후의 두 물체의 속도에 관한 식은 다음과 같다^[14,15].

$$(\Delta \mathbf{v} - \Delta \mathbf{v}_{obj})^T \mathbf{n} = -(1+e)(\mathbf{v} - \mathbf{v}_{obj})^T \mathbf{n}, \quad (1)$$

여기서 e 는 $0 < e < 1$ 범위를 갖는 반발계수이고, \mathbf{n} 는 충돌 면과 수직인 벡터이다. 그리고 \mathbf{v} , \mathbf{v}_{obj} , $\Delta \mathbf{v}$, $\Delta \mathbf{v}_{obj}$ 는 각각 로봇 매니플레이터와 물체의 속도, 로봇 매니플레이터와 물체의 속도 변화량이다. 여기서 벽과 같은 고정된 물체에 대해서는 $\mathbf{v}_{obj} = \Delta \mathbf{v}_{obj} = 0$ 이다.

로봇 매니플레이터가 물체와 충돌할 때, 일반적인 매니플레이터에 대한 역학 식은 다음과 같이 유도된다^[4].

$$\mathbf{T} = [\mathbf{I}_{\phi\phi}^*] \ddot{\phi} + \dot{\phi}^T [\mathbf{P}_{\phi\phi}^*] \dot{\phi} - \mathbf{J}^T \mathbf{F}_{ext}, \quad (2)$$

여기서 \mathbf{F}_{ext} 와 \mathbf{J} 는 각각 충돌 부분에서의 외부 힘과 자코비안 (jacobian)을 나타낸다. 식 (2)를 충돌 시간에 대해 적분한 식은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\int_i^{i+\Delta t} \mathbf{T} dt = \int_i^{i+\Delta t} [\mathbf{I}_{\phi\phi}^*] \ddot{\phi} dt + \int_i^{i+\Delta t} \dot{\phi}^T [\mathbf{P}_{\phi\phi}^*] \dot{\phi} dt - \int_i^{i+\Delta t} \mathbf{J}^T \mathbf{F}_{ext} dt. \quad (3)$$

식 (3)에서 좌 항인 $\dot{\phi}^T [\mathbf{P}_{\phi\phi}^*] \dot{\phi}$ 과 우 항의 두 번째 항인 \mathbf{T} 은 각각 매니플레이터의 속도와 충돌 면에 가해지는 힘을 나타내는데, 이 값들은 유한한 값들이다. 충돌시간인 Δt 는 $\dot{\phi}^T [\mathbf{P}_{\phi\phi}^*] \dot{\phi}$ 과 \mathbf{T} 에 비해 상대적으로 거의 0 이기 때문에 서로 상쇄되므로 식 (3)을 다시 정리하여 매니플레이터가 충돌순간 자세에서의 각속도 변화량에 관한 벡터 식을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Delta \dot{\phi} = [\mathbf{I}_{\phi\phi}^*]^{-1} \mathbf{J}^T \tilde{\mathbf{F}}_{ext}, \quad (4)$$

여기서 $\tilde{\mathbf{F}}_{ext} = \int_i^{i+\Delta t} \mathbf{F}_{ext} dt$, 는 충돌 부분에서의 충격량을 나타내고, 식 (4)를 이용하여 충돌부분에서의 선속도의 변화량은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{J} \Delta \dot{\phi} = \mathbf{J} [\mathbf{I}_{\phi\phi}^*]^{-1} \mathbf{J}^T \tilde{\mathbf{F}}_{ext}. \quad (5)$$

식 (5)를 식 (1)에 대입하고, 스칼라인 외부 충격량과 반발계수에 대해 정리를 함으로써 외부 충격량의 크기는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{F}}_{ext} = \frac{-(1+e)\mathbf{v}^T \mathbf{n}}{\mathbf{n}^T \{ \mathbf{J} [\mathbf{I}_{\phi\phi}^*]^{-1} \mathbf{J}^T \} \mathbf{n}} \quad (6)$$

여기서 식 (6)을 반발계수에 대해 정리하여 다음과 같이 얻어진다

$$e = - \left(\frac{[\mathbf{n}^T \{ \mathbf{J} [\mathbf{I}_{\phi\phi}^*]^{-1} \mathbf{J}^T \} \mathbf{n}] \tilde{\mathbf{F}}_{ext}}{\mathbf{v}^T \mathbf{n}} + 1 \right). \quad (7)$$

식 (7)을 살펴보면, 반발계수는 매니플레이터의 자세, 충돌 속도, 매니플레이터를 구성하고 있는 링크들의 물성치에

대한 함수임을 알 수 있다.

한편, 로봇 매니퓰레이터의 단일 충돌 점에서 외부 충격을 받을 때, 로봇 매니퓰레이터의 관절들은 그에 따라 내부의 충격을 받고, 각각의 관절들에 대한 충격의 크기와 방향은 Newton-Euler's 식을 시간에 대해 적분함으로써 다음과 같이 유도할 수 있다^[6]:

$$m_j^j \dot{\underline{v}}_{C_j} = -^j \underline{F}_j + [{}_{j+1}^j \underline{R}]^{j+1} \underline{F}_{j+1} + ^j \underline{f} \quad (8)$$

$$[{}^c I]^j \dot{\underline{\omega}}_j + ^j \underline{\omega}_j \times [{}^c I]^j \underline{\omega}_j = -^j \underline{\tau}_j + [{}_{j+1}^j \underline{R}]^{j+1} \underline{\tau}_{j+1} - ^j \underline{r}_j \times ^j \underline{F}_j \quad (9)$$

위 식을 시간에 대해서 적분함으로써 속도의 증분과 충격량에 대한 관계식을 설정할 수 있고, 이를 행렬식으로 정리하면 단일 충돌 점에 대해서 외부 충격량과 내부 충격량 사이의 관계식을 다음과 같이 유도된다^[6].

$$\tilde{\underline{F}}_{int} = [K_{ext}^{int}] \tilde{\underline{F}}_{ext}, \quad (10)$$

여기서 $\tilde{\underline{F}}_{int}$ 는 관절들에 가해지는 내부 충격량이고, $[K_{ext}^{int}] = [{}_s A]^{-1} ([{}_s D] - [{}_s B])$ 는 외부 충격량이 가해졌을 때 각 관절들이 받는 내부 충격량을 표현해주는 행렬이다^[6].

2.2 카트와 공이 받는 충돌 문제

카트나 공에 대한 충돌 문제는 벽과의 충돌문제와 동일한 문제이나, 카트나 공은 충돌 후에 움직인다는 점에서 결정적 차이가 존재한다 ($\underline{v}_{obj} = 0, \Delta \underline{v}_{obj} \neq 0$). 움직일 수 있는 물체의 충돌 현상을 관찰하기 위해, 직선으로 움직이는 카트와 회전이 없고 구르고 미끄러지는 공과 같은 1자유도 선형 시스템 모델이 도입되었다. 카트와 공 사이의 충돌 모델에 관한 개념은 그림 1과 2에 나타나 있다.

그림 1과 2에서 ‘P’ 점은 로봇 매니퓰레이터와 카트나 공과의 충돌지점이다. 또한 충돌 면적에 따른 충돌 현상을 관찰하기 위해서 각기 다른 반지름과 곡률을 가지는 몇 가지 종류의 로봇 매니퓰레이터의 끝점이 이용된다.

충돌 후의 카트의 속도는 운동량에 대한 공식에 따라

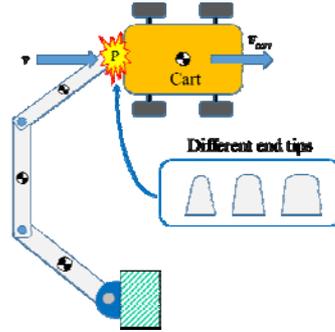


Fig. 1. Conceptual figure for the cart impact

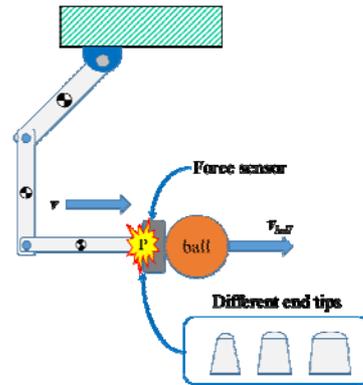


Fig. 2. Conceptual figure for the ball impact

다음과 같이 구할 수 있다.

$$\Delta \underline{v}_{obj} = \underline{v}'_{obj} - \underline{v}_{obj} = \frac{1}{m_{obj}} (-\tilde{\underline{F}}_{ext}), \quad (11)$$

여기서 \underline{v}'_{obj} , m_{obj} 는 물체가 뉴턴 제 3법칙에 의해서 반대 방향으로 $\tilde{\underline{F}}_{ext}$ 충격량을 받았을 때, 충돌 후의 카트나 공과 같은 물체의 속도와 질량을 각각 나타낸다. 식 (5)와 (11)을 식 (1)에 대입하고, 외부 충격량에 대해서 정리하여 쓰면 다음과 같은 식이 유도된다.

$$\tilde{\underline{F}}_{ext} = \frac{-(1+e)\underline{v}^T \underline{n}}{\underline{n}^T \left\{ J [I_{\phi}^*]^{-1} J^T + \frac{1}{m_{obj}} \right\} \underline{n}} \underline{n} \quad (12)$$

위 식에서, 충돌전의 카트의 속도는 0이므로 식 (12)를 식 (11)에 대입함으로써 충돌 후 물체의 속도가 구해진다. 식 (11)과 (12)로부터 충돌 직후의 물체의 속도는 로봇 매니퓰

레이터의 물성, 자세, 충돌 부분에 가하는 속도, 반발계수, 물체의 질량에 따라 변하는 외부 충격량에 의해 결정된다는 것을 알 수 있다. 그리고 식 (11)과 (12)를 이용하여 충돌 후의 움직임은 물체의 초기 속도를 추정할 수 있고 이는 다양한 기계 시스템에 적용될 수 있다.

2.3 충돌면적이 반발계수에 미치는 영향의 분석

이제 충돌면적에 따른 반발계수의 변화특성을 분석적으로 살펴본다. 그림 3은 서로 다른 두 표면에 대해서 충돌 시간 동안에 물체가 눌렸을 때의 기하학적 변형을 나타낸 것인데, 접촉면적이 상대적으로 큰 그림 3 (b) 의 경우보다 그림 3 (a)의 경우와 같이 접촉 면적이 작은 상태에서 피충돌체와 충돌 했을 때 피충돌체를 더 많이 관통하는 것을 알 수 있다.

피충돌체를 관통한 거리 (Δx) 는 다음 식과 같이 충돌 시간 (Δt)과 충돌속도 (v) 에 관해서 표현할 수 있다.

$$\Delta x = v\Delta t \quad (13)$$

충돌속도는 두 경우에 대해서 일정하므로 피충돌체를 관통한 거리 (Δx)는 관통시간 (Δt)과 비례하게 되고, 그림 3 에서는 적은 충돌면적이 관통시간이 상대적으로 더 길다.

한편, 댐퍼에 대한 에너지 손실은 다음 식과 같이 주어진다.

$$E_{loss} = bv\Delta x + bv'\Delta x \quad (14)$$

여기서 v 와 v' 는 각각 피충돌체가 압축될 때와 복원될 때의 충돌체의 속도이고, b 는 댐퍼 계수이다. 일반적으로

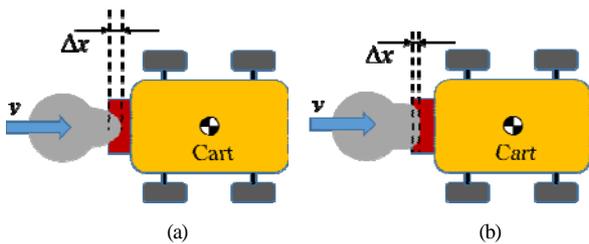


Fig. 3. The deflection geometry of the wall due to the impact. (a) impact with a smaller contact area, (b) impact with a larger contact area

에너지 손실로 인해서 피충돌체가 압축될 때의 상태에서의 충돌체의 속도 v 보다 복원될 때의 상태에서의 충돌체의 속도 v' 가 더 작다. 하지만 충돌체 매니플레이터의 관성(inertia)이 피충돌체 카트보다 훨씬 크기 때문에 충돌에 의해 충돌체에 가해진 충격량은 충돌체 매니플레이터에 큰영향을 미치지 못하므로 v 와 v' 의 차이는 거의 없다. 따라서 식 (14)에서의 에너지 손실량을 다음과 같이 대략화 시킬 수 있다.

$$E_{loss} \approx 2bv\Delta x = 2bv^2\Delta t \quad (15)$$

그리고, 충돌 후의 카트의 운동에너지는 충돌체의 손실된 에너지를 통해서 얻어지므로 식 (12)를 이용하여 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} E_{loss} &= \frac{1}{2}m_{cart}(v_{cart})^2 - \frac{1}{2}m_{cart}(v'_{cart})^2 \\ &= \frac{m_{cart}}{2}\{2^2 - (1+e)^2\} \cdot \left[\frac{1}{m_{cart}} \cdot \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{n}}{\mathbf{n}^T \left\{ [\mathbf{G}_\phi^v] [\mathbf{I}_{\phi\phi}^*]^{-1} [\mathbf{G}_\phi^v]^T + \frac{1}{m_{cart}} \right\} \mathbf{n}} \right]^2 \end{aligned} \quad (16)$$

여기서 $\frac{1}{2}m_{cart}(v_{cart})^2$ 와 $\frac{1}{2}m_{cart}(v'_{cart})^2$ 는 각각 완전 탄성충돌과 ($e=1$) 비탄성 충돌($0 < e < 1$)에 대한 충돌 전후의 카트의 운동에너지를 나타낸다.

식 (16)에 식 (15)를 대입하고 댐핑 계수에 관하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{4\Delta t} m_{cart} \{2^2 - (1+e)^2\} \cdot \left[\frac{1}{m_{cart}} \cdot \frac{\mathbf{n}}{\mathbf{n}^T \left\{ [\mathbf{G}_\phi^v] [\mathbf{I}_{\phi\phi}^*]^{-1} [\mathbf{G}_\phi^v]^T + \frac{1}{m_{cart}} \right\} \mathbf{n}} \right]^2 \end{aligned} \quad (17)$$

식 (17)을 통해서 알 수 있듯이, 충돌 면적이 점점 작아지게 되면, 충돌체의 압축시간 (Δt)이 상대적으로 증가하여

반발계수가 증가하게 되고, 충돌면적이 작아지면 충돌 면적이 커질 때보다 댐퍼 계수 b 가 줄어들을 알 수 있다. 식 (14)에서 알 수 있듯이, 댐퍼 계수가 줄어들게 되면 에너지 손실도 줄어들게 되므로 결과적으로 충돌 면적이 적을수록 카트의 충돌 후 초기 속도가 더 커지는 것을 확인할 수 있다. 이러한 해석들은 3장에서 제시된 실험결과들에 의해서 다시 한 번 타당성이 입증된다.

3. 충돌 실험 및 시뮬레이션으로의 적용

3.1 실험환경

처음으로 반발계수가 충돌속도와 관련이 있음을 증명하기 위한 실험이 수행되었고, 그 다음에는 이 논문에서의 새로운 기어인 반발계수와 충돌 면적간의 관계를 증명할 것이다. 실험환경 설정으로서 3자유도 매니플레이터, 접촉면의 재질(고무, 실리콘), F/T센서, DC모터가 사용되었고, 이를 이용하여 고정된 벽과의 충돌문제를 다뤘던 지난 연구보다 좀 더 정밀하고 체계적인 매니플레이터와 벽 간의 충돌 실험이 수행되었다. 이 작업에서, 카트나 공과 같은 움직이는 물체에 대한 충돌 문제에 대해서도 다루었다¹³⁾.

그림 4는 매니플레이터-카트 충돌 실험의 환경을 나타낸다. 여기서 카트 (0.92kg)는 한 방향으로만 움직이고, 엔코더는 카트의 속도를 측정하기 위해서 바퀴 축에 설치되었고, 0.088 degree의 분해능을 가졌다. 매니플레이터-카트 충돌 실험에서의 접촉면은 서로 다른 두 가지 재질이 카트에 장착된다.

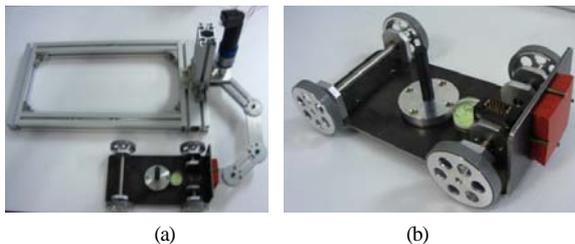


Fig. 4. Experimental setup for the cart mechanism (a) whole view, (b) cart

3.2 반발계수 모델 설계를 위한 실험

충돌 속도가 증가함에 따라 반발계수가 감소하는 현상을 이해하기 위해서 매니플레이터-벽 간의 충돌 실험이 먼저 수행되었다. 실험 과정은 다음과 같다.

- 1) 매니플레이터의 초기 위치를 설정하고, 충돌순간의 속도를 측정한다. (0.9에서 1.8m/s까지 10단계)
- 2) F/T 센서를 이용하여 충돌시간에 따른 힘 경향을 측정한 것을 적분하여 충격량을 계산한다.
- 3) 식 (7)을 이용하여 반발계수를 계산하고, 그림 5와 같이 두 종류의 충돌 재질과 세 종류의 충돌 끝점을 계속 바꿔가며(6가지 경우) 반복하여 실험을 수행한다.
- 4) 1)단계에서 3)단계까지 충분한 정보가 모일 때까지 반복한다.

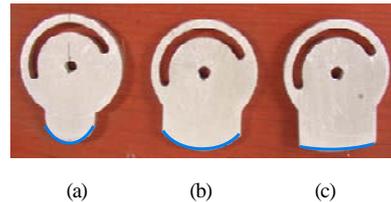


Fig. 5. Three types of end tips of the manipulator (a) type 1 (R10mm), (b) type 2 (R20mm), (c) type 3 (R50mm)

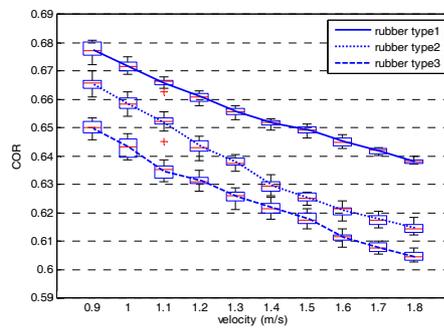
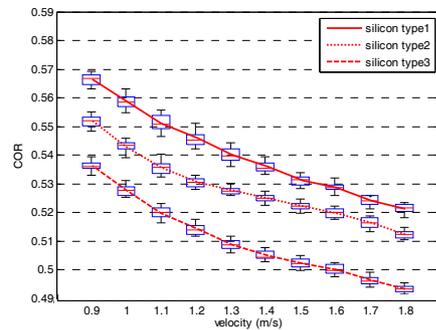


Fig. 6. Variable characteristic of COR (a) wall is silicon, (b) wall is rubber

그림 6은 다양한 충돌속도와 재질에 따른 반발계수의 실험적 데이터 결과를 나타낸다. 두 종류의 충돌재질과 세 종류의 끝점이 위 실험에서 사용되었고 두 종류의 충돌재질 모두에 대해서 충돌속도가 증가할수록 반발계수가 줄어들음을 알 수 있다. 그림 6을 이루는 각각의 박스들은 각각의 경우에 대한 반복실험 (20번 이상)을 통해서 얻어진 데이터들의 boxplot을 나타낸 것이다. 또한, 위 결과에서 더 넓은 접촉면적 (그림 5의 (c))은 반발계수를 감소시키는 결과를 확인할 수 있었고, 이것은 넓은 접촉면적은 적은 접촉 면적에 비해 에너지 손실이 많이 발생한다는 것을 나타낸다. 이것은 다른 연구내용에 언급된 적이 없는 이번 연구에서의 새로운 관측내용이며, 앞서 2장에서 설명한 물리적 해석내용에 부합하는 결과이다.

3.3 매니플레이터벽 간의 충돌 실험 결과

이 부분에서는 매니플레이터와 벽간의 충돌 실험을 통해서 변수특성을 갖는 반발계수의 효율성에 대해서 알아본다. 우선, 실험적으로 얻은 반발계수의 가변특성을 나타내는 데이터들을 더 넓은 범위의 충돌속도에 대해서도 이용하기 위해서 각각의 반발계수 데이터들은 그림 7과 같이 4차 다항식으로 보간되었다. 그리고 나서 식 (12)와 보간된 반발계수 모델들을 이용하여 변수특성을 갖는 반발계수를 우리가 흔히 알고 있던 상수 반발계수와의 외부 충격량을 비교하는 시뮬레이션이 수행되었다.

충돌속도가 증가함에 따라 반발계수가 감소하는 경향을 반영해야 하기 때문에 그림 8의 실험적 데이터를 기반으로, 상수 반발계수는 실제 반발계수보다 항상 크게 간주되었다. 따라서 상수 반발계수와 변수 반발계수 간의 격차는 충돌속도가 증가함에 따라 증가하게 된다. 실험에서는 각각의 상수 반발계수를 변수 반발계수의 초기값으로 설정하였고, 그림 8에서 보인 실험 결과로부터 상수 반발계수 값을 추출할 수 있다. 구체적으로, 속도가 0.9m/s인 매니플레이터가 팁 종류1, 2, 3 이 실리콘재질에 충돌할 때와 팁 종류1, 2, 3 이 고무재질에 충돌할 때의 보간된 반발계수 모델을 이용하여 각각 0.5690, 0.5562, 0.5429와 0.6738, 0.6638, 0.6494의 반발계수들을 얻을 수 있고, 이것들은 앞으로 언급될 시뮬레이션과 실험내용에 쓰일 것이다.

그림 7에서 추출한 변수 반발계수의 값들은 카트와 구

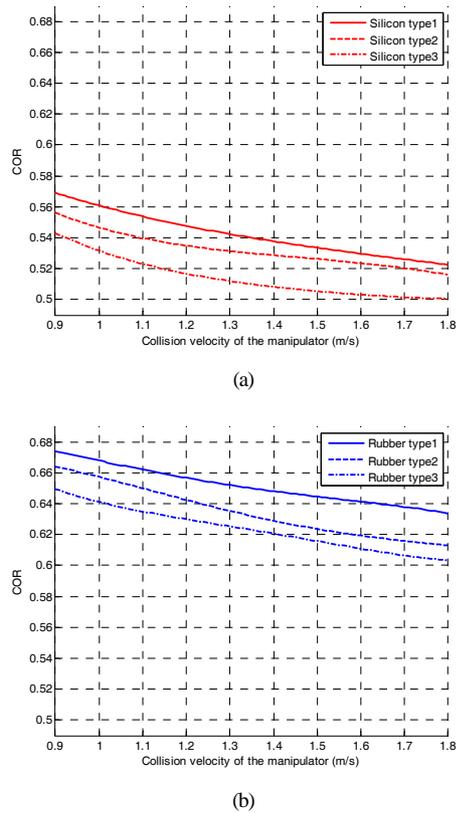


Fig. 7. Interpolated curve of each COR (a) wall is silicon, (b) wall is rubber

르는 공과 같이 움직이는 충돌체에 대한 임팩트에서의 반발계수 모델에도 효과적으로 적용될 수 있다. 또한 외부 충격량은 시뮬레이션에 의해 얻어진 값과 비교하기 위해 F/T센서에 의해서 실험적으로 측정되었다. 그림 8은 매니플레이터의 팁 종류를 고정시키고 네 종류의 충돌속도와 두 종류의 재질을 사용할 때 상수 및 변수 반발계수 모델들을 적용한 외부 충격량을 나타낸 것이다.

3자유도 매니플레이터가 팁 종류1으로 벽에 충돌했을 때의 두 종류의 재질과 네 가지의 속도가 고려되었다. 주어진 매니플레이터의 충돌속도에 대해서 반발계수는 그림 8을 이용하여 추출할 수 있고, 식 (6)을 이용하여 계산된 외부 충격량은 실험적으로 측정된 외부 충격량과 비교되었다. 그림 8에서의 비교는 실제 실험으로 측정된 외부 충격량은 변수 반발계수를 적용하여 계산된 외부 충격량과 거의 같고 상수 반발계수를 적용하여 계산된 외부 충격량

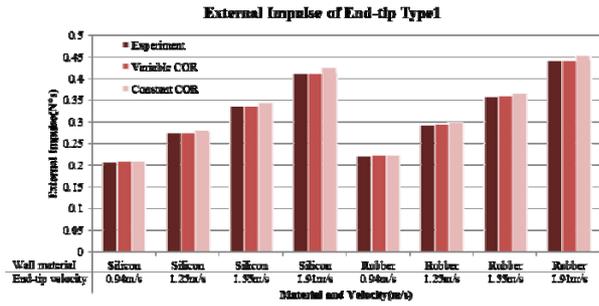


Fig. 8. External impulses of COR models for fixed tip type (wall impact problem)

과는 약간의 차이가 있음을 보여준다. 이에 대한 구체적인 오차 값은 표 1에 제시되었다. 결과적으로 어떠한 재질이라도 매니플레이터가 특정 속도로 충돌할 때 상수 반발계수 모델을 적용하게 되면 변수 반발계수 모델을 적용할 때 보다 외부 충격량이 더 많이 나오는 경향을 볼 수 있는데 이는 상수 반발계수가 변수 반발계수보다 더 크기 때문이다.

그림 9는 충돌 속도를 1.91m/s로 고정시키고, 두 종류의 재질과 세 종류의 팁에 따른 외부 충격량을 나타낸 것인데, 변수 및 상수 반발계수를 적용시켰을 때의 외부 충격량과 실제 실험으로 얻은 외부 충격량이 비교되었고, 실험 값을 기준으로 한 구체적인 오차 값은 표 2에 표현되었다. 표 2는 충돌 면적이 변수 반발계수와 연관이 있음을 보여 줌과 동시에, 매니플레이터가 같은 충돌속도에 대해서 다른 재질과 팁 모양으로 충돌할 때 상수 반발계수 모델을 적용하게 되면 변수 반발계수 모델을 적용할 때 보다 외부 충격량이 더 많이 나오는 경향을 보여준다.

Table 1. External impulse error in the manipulator-wall impact experiment using the tip type 1

Wall material	Tip type1		Error(variable COR)	Error(constant COR)
	Manipulator velocity			
Silicon	0.94m/s		0.2928%	0.5140%
	1.25m/s		0.1694%	1.7648%
	1.55m/s		0.2287%	2.2128%
	1.91m/s		0.0710%	3.3958%
Rubber	0.94m/s		0.4172%	0.5628%
	1.25m/s		0.8146%	2.0327%
	1.55m/s		0.2868%	2.1730%
	1.91m/s		0.1316%	3.0037%

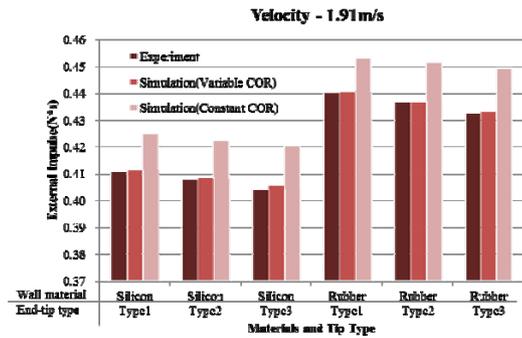


Fig. 9. External impulses according to the tip type (wall impact problem)

Table 2. External impulse error according to different wall materials and tip types

Wall material	Velocity: 1.91m/s		Error (variable COR)	Error (constant COR)
	End-tip type	Constant COR value		
Silicon	Type1	0.5690	0.0710%	3.3958%
	Type2	0.5562	0.1844%	3.5528%
	Type3	0.5429	0.3881%	4.0017%
Rubber	Type1	0.6738	0.1316%	3.0037%
	Type2	0.6638	-0.0100%	3.3487%
	Type3	0.6464	0.1623%	3.8079%

4. 매니플레이터-카트 간의 충돌 실험

이 부분에서는 3자유도 매니플레이터가 움직이는 물체 (1자유도 카트)와 충돌하는 실험이 수행되었다. 위 실험에서는 카트의 바퀴와 바닥에 미끄러짐이 없다고 가정하였고, 변수 및 상수 반발계수 모델에 대해서 식 (11)이 충돌 후 카트의 속도를 얻기 위해서 적용되었다.

그림 10은 그림 8과 같이 매니플레이터의 팁 종류를 고정시키고 네 종류의 충돌속도와 두 종류의 재질을 사용할 때 상수 및 변수 반발계수 모델들을 적용한 충돌직후의 카트 속도를 나타낸 것이다. 그림 7과 달리 이번에는 움직이지 않는 벽 대신에 움직이는 카트가 적용되고 충돌직후의 속도를 측정하는 것이 차이점이다. 매니플레이터 속도가 주어질 때, 그림 7을 이용하여 변수 및 상수 반발계수 모델에서의 값을 추출하고 식 (12)를 (11)에 대입함으로써 충돌직후의 카트속도를 구할 수 있는데 이 값은 실제 실험 값과 비교되었다. 이 비교는 실험적으로 얻은 카트속도가

상수 반발계수보다 변수 반발계수를 적용하여 계산된 카트의 속도와 거의 비슷하다는 것을 보여준다. 이는 변수 반발계수를 적용하여 계산된 카트 속도와 실제 실험과의 오차가 적었고 상수 반발계수를 적용하면 꽤 큰 오차가 발생한다는 것을 의미한다. 이에 따른 구체적인 수치는 표 3에 제시되었다.

변수 및 상수 반발계수를 적용할 때의 카트 속도는 그림 11에서와 같이 충돌 면적이 증가함에 따라 감소하는

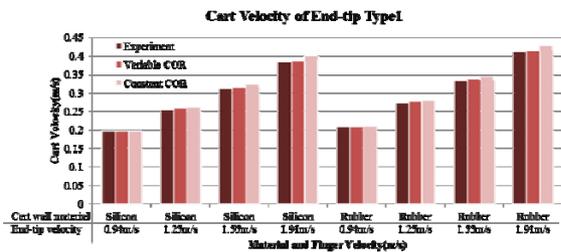


Fig. 10. External impulse of COR models for fixed tip type (cart impact problem)

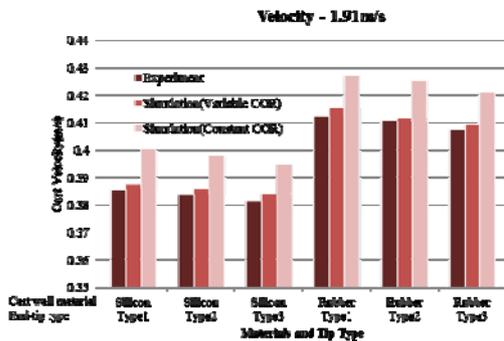


Fig. 11. Cart velocity according to the tip type (cart impact problem)

Table 3. Cart velocity error in the manipulator-cart impact experiment using tip type 1

Wall material	Tip type1	Error (variable COR)	Error (constant COR)
	Manipulator velocity		
Silicon	0.94m/s	0.2680%	0.4892%
	1.25m/s	3.3719%	5.0183%
	1.55m/s	1.4978%	3.9816%
	1.91m/s	0.5535%	3.8942%
Rubber	0.94m/s	0.1511%	0.2964%
	1.25m/s	4.3702%	5.6313%
	1.55m/s	2.0355%	3.9546%
	1.91m/s	0.7315%	3.6208%

경향을 보인다. 그리고 그림 11과 표 4에 제시된 실험결과는 평소애 썼던 상수 반발계수 모델보다 제시된 변수 반발계수 모델을 적용할 때 카트 속도를 더 정확하게 예측할 수 있음을 나타낸다. 그림 12는 매니플레이터와 벽 또는 카트간의 충돌 전후에 대한 스냅샷을 나타낸 것이다.

Table 4. Cart velocity error according to different wall materials and tip types

Wall material	End-tip type	Velocity = 1.91m/s		
		Constant COR value	Error (variable COR)	Error (constant COR)
Silicon	Type1	0.5690	0.5535%	3.8942%
	Type2	0.5562	0.5491%	3.6760%
	Type3	0.5429	0.6473%	3.5114%
Rubber	Type1	0.6738	0.7315%	3.6208%
	Type2	0.6638	0.1855%	3.5508%
	Type3	0.6464	0.4361%	3.3880%

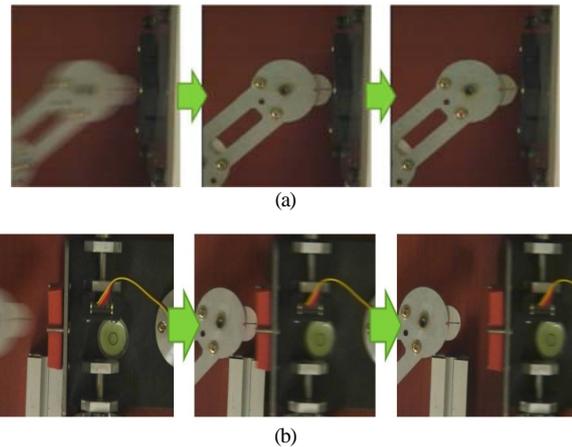


Fig. 12. Impact motion of manipulator (a) wall impact, (b) cart impact

5. 3자유도 매니플레이터를 이용한 상수 및 변수 반발계수간의 비교를 위한 시뮬레이션

최 등은 는 공기역학을 고려하여 날아가는 축구공의 움직임의 분석을 위한 실험을 수행하였으나, 상수 반발계수를 적용한 외부 충격량 모델을 제시하였다⁶⁾. 그러나 이 연구에서는 변수 반발계수를 고려한 3 자유도 매니플레이터와 바닥을 구르는 단단한 공 사이에 발생하는 충돌을 다룬다. 또한 변수와 상수 반발계수를 적용 했을 때의 매니플레이터의 모든 관절에 적용되는 내부 충격량과 공이 굴

러간 거리를 분석한다. 식 (12)로 구한 외부 충격량, 식 (11), 그림 7에서 얻은 반발계수 값들을 기반으로 하여 공의 움직임과 매니플레이터의 내부 충격량에 대한 시뮬레이션이 수행되었다.

시뮬레이션 변수로서, 3자유도 매니플레이터에 대해서 그라운드에 가까운 순서대로 링크1, 2, 3의 길이와 질량은 각각 1.2m와 1kg, 1.2m와 2kg, 1.0m와 2.5kg로 설정되었고 모든 링크들은 가느다란 막대기로 가정되었다. 공통조건으로서, 선택된 두 개의 충돌속도는 1.26m/s와 1.92m/s로 설정되었다. 충돌 면의 재질과 팁 모양은 팁 종류1 (R10)로 각각 설정되었고, 공의 초기 위치는 $(x=0m, y=0m)$ 이다. 구름 마찰력과 운동마찰력은 각각 0.008, 0.255로 설정되었다. 구르는 공의 움직임에 대한 구체적인 동역학 내용은 “부록”에 제시되었다. 그리고, 중력가속도, 샘플링 시간, 시뮬레이션 시간은 각각 $9.8m/sec^2$, 0.05sec, and 18sec로 설정되었고, 3자유도 매니플레이터의 궤적은 각각의 관절의 가속도를 디자인 하기 위해서 x축 방향으로만 5차 다항식이 사용되었고 y축의 궤적은 $y = 0m$ 으로 고정되었다. 3자유도 매니플레이터와 공과의 충돌 순간의 자세는 벽에서 가까운 관절 순으로 $(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = (175.579^\circ, 118.858^\circ, 65.563^\circ)$ 으로 설정 되었다.

시뮬레이션 결과로서, 그림 13 (a)와 (b)는 각각 상수와 변수 반발계수를 적용했을 때의 매 2초마다 공의 굴러가는 움직임을 캡처한 이미지를 나타낸다.

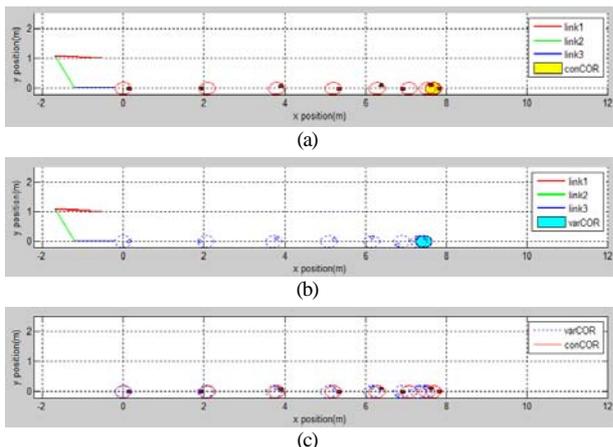


Fig. 13. Trajectory of the ball's motion every 2 sec (a) constant COR, (b) variable COR, (c) comparison of the traveling distance between constant COR and variable COR

여기서 공에 찍힌 큰 반점은 공의 회전 위치에 대한 궤적을 표현하기 위해 도입되었다. 공의 움직인 거리의 차이는 그림 12(c)에 표현되었다. 그림 14와 15는 각각 매니플레이터의 끝 단의 속도가 1.26m/s와 1.92m/s로 설정했다는 전제하에 상수 반발계수와 변수 반발계수를 적용하였을 때의 선형 및 각 변위를 나타낸 것이다. 그림 14와 15를 비교할 때 3자유도 매니플레이터의 충돌속도가 증가함에 따라 공의 선 변위 및 각 변위에 대한 변수 및 상수 반발계수간의 격차가 증가함을 알 수 있다.

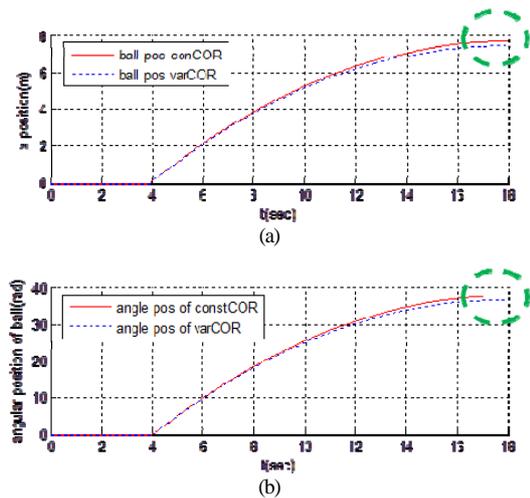


Fig. 14. Manipulator-ball impact problem with collision velocity of 1.26m/s, (a) linear displacement of the ball, (b) angular displacement of the ball

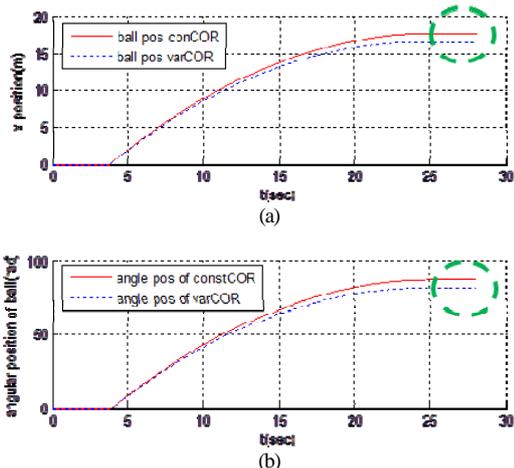


Fig. 15. Manipulator-ball impact problem with collision velocity of 1.92m/s, (a) linear displacement of the ball, (b) angular displacement of the ball

변수 및 상수 반발계수에 대한 공이 움직인 거리 및 공의 속도의 비교는 표 5와 6에 제시되었다. 따라서 상수 반발계수를 적용하여 계산하게 되면 원하는 것보다 매니플레이터가 공에 과도한 충격량을 주기 때문에 공에 더 큰 선속도가 가해지고 움직인 거리가 더 길어진다.

그림 16 (a) 와 (b)는 각각 상수 반발계수와 변수 반발계수를 적용시켰을 때, 공과 충돌하는 순간의 매니플레이터의 자세와 각각의 관절들이 받는 내부 충격량과 매니플레이터와 공이 충돌하는 지점에서의 외부 충격량을 시뮬레이션 결과로 나타낸 것인데, 각각에서 충격량의 크기가 다를 수 있음을 확인할 수 있다. 이에 따른 수치적인 비교는 표 7과 8에 제시되었다. 그림 16 (a)와 (b), 표 7과 8을 통해서, 상수 반발계수를 적용시켰을 때 변수 반발계수를 적용시켰을 때보다 더 많은 외부와 내부 충격량이 가해지는 것을 알 수 있다. 요약하여 말하자면, 변수 반발계수 모델을 충돌문제에 적용시키는 것이 앞으로 일어날 움직임을 더 정밀하게 추정하는데 필요하다는 것이 실험 및 시뮬레이션으로 증명되었다.

Table 5. Comparison of the ball's motion between constant COR and variable COR (colliding velocity of the manipulator: 1.26m/s)

	Constant COR	Variable COR
COR value	0.569	0.544
Initial velocity of ball	1.511m/s	1.487m/s
Total travel distance of ball	7.676m	7.438m
Maximum angular velocity of ball	5.381rad/s	5.296rad/s
Total angular travel distance of ball	37.574rad (=5.980 turns)	36.406rad (=5.794 turns)

Table 6. Comparison of the ball's motion between constant COR and variable COR (colliding velocity of the manipulator: 1.92m/s)

	Constant COR	Variable COR
COR value	0.569	0.519
Initial velocity of ball	2.302m/s	2.228m/s
Total traveling distance of ball	17.712m	16.590m
Maximum angular velocity of ball	8.208rad/s	7.940rad/s
Total angular traveling distance of ball	87.258rad (=13.888 turns)	81.740rad (=13.009 turns)

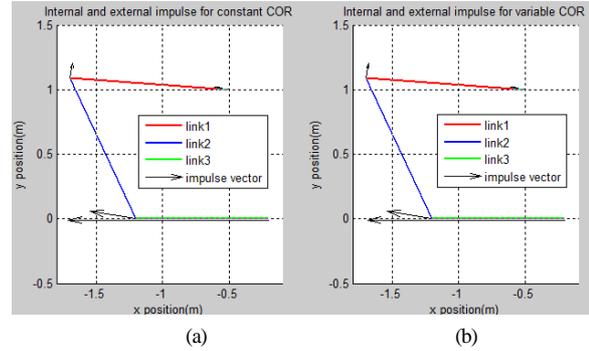


Fig. 16. Collision configurations and vectors of internal and external impulses (a) constant COR, (b) variable COR

Table 7. Comparison of external and internal impulses between constant COR and variable COR (colliding velocity of the manipulator: 1.26m/s)

Unit: $N \cdot sec$		Constant COR	Variable COR
norm of internal impulse of joint 1	$\ \tilde{\mathbf{F}}_{int,1}\ $	0.1111	0.1094
norm of internal impulse of joint 2	$\ \tilde{\mathbf{F}}_{int,2}\ $	0.1166	0.1148
norm of internal impulse of joint 3	$\ \tilde{\mathbf{F}}_{int,3}\ $	0.3499	0.3444
norm of external impulse	$\ \tilde{\mathbf{F}}_{ext}\ $	1.5107	1.4870

Table 8. Comparison of external and internal impulses between constant COR and variable COR (colliding velocity of the manipulator: 1.92m/s)

Unit: $N \cdot sec$		Constant COR	Variable COR
norm of internal impulse of joint 1	$\ \tilde{\mathbf{F}}_{int,1}\ $	0.1694	0.1639
norm of internal impulse of joint 2	$\ \tilde{\mathbf{F}}_{int,2}\ $	0.1777	0.1719
norm of internal impulse of joint 3	$\ \tilde{\mathbf{F}}_{int,3}\ $	0.5331	0.5160
norm of external impulse	$\ \tilde{\mathbf{F}}_{ext}\ $	2.3020	2.2279

6. 결 론

반발계수가 상수라는 통념과 달리, 위 논문은 반발계수가 몇 가지 요소에 의해 변수특성을 갖는다는 것을 증명하였다. 처음으로, 충돌 실험을 통해서 반발계수는 충돌속도와 충돌 면적에 영향을 받는다는 것이 입증되었다. 또한, 정밀하고 체계적인 반발계수 모델이 매니퓰레이터와 벽간의 충돌실험을 통해서 제시되었고, 이 반발계수 모델은 3자유도 매니퓰레이터와 움직이는 물체(카트)간의 충돌 문제로 및 상수 반발계수 적용되었다. 반발계수 모델의 적용으로서, 변수 및 상수 반발계수를 각각 적용했을 때의 충돌 후 물체가 움직이는 경향을 분석하기 위해서 공이 움직인 거리와 내부 충격량을 지표로 하는 충돌 문제에 대해 시뮬레이션을 수행하였다. 제시된 반발계수 모델은 로봇 시스템을 포함한 일반적인 기계 시스템에서의 다양한 충돌문제에서 효과적으로 적용될 수 있다.

부록: 공 움직임에 대한 동역학

구르는 공의 움직임의 분석에서 공은 반지름이 R 이고 균일한 구형태이고, 질량이 m 이고, 충돌 직후의 공의 위치, 선속도, 각위치, 각속도, 정상상태의 공의 선속도를 각각 $x(t_0)=0, \dot{x}(t_0)=\Delta v_{ball}, \theta(t_0)=0, \dot{\theta}(t_f)=0, \dot{x}(t_f)=0$ 라고 가정을 한다. 공의 속도 경향은 크게 두 가지 상태로 나뉘지는데, 첫 번째 상태는 공이 충돌 직후에 미끄러짐과 구름을 동시에 진행하는 상태이고 ($\dot{x}(t) > R \cdot \dot{\theta}(t)$), 두 번째 상태는 첫 번째 상태 이후에 공이 구르기만 하는 상태이다 ($\dot{x}(t) = R \cdot \dot{\theta}(t)$).

이 시스템에 대한 일반 식은 다음과 같이 유도된다^[17]

$$m\ddot{x} = -F \tag{18}$$

$$[I]\ddot{\theta} = F \cdot R = \tau, \tag{19}$$

여기서 $\ddot{x}, F, \tau, \ddot{\theta}, [I]$ 는 각각 공의 가속도, 마찰력, 마찰력에 의한 토크, 각 가속도, 공의 물성치를 나타낸다. ($I_{xx} = I_{yy} = I_{zz} = \frac{2}{5}mR^2$). 첫 번째 상태에서 마찰력에 관한

식은 다음과 같고,

$$F = \mu_d N = \mu_d mg \tag{20}$$

여기서 μ_d, N, g , 는 각각 운동 마찰계수, 지면에 수직방향인 힘, 중력상수를 나타낸다. 식 (20)을 (18)에 대입하고 양변을 적분함으로써 공의 선속도 식은 다음과 같고,

$$\dot{x}(t) = \dot{x}(t_0) - \mu_d gt \tag{21}$$

공의 각속도 식은 식 (20)을 (19)에 대입하고 양변을 적분함으로써 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$\dot{\theta}(t) = \dot{\theta}(t_0) + \frac{5}{2R} \mu_d gt \tag{22}$$

한편, 임계 시간 이후에 $t \geq t_1$ (공의 움직임에 대한 두 번째 상태 동안) 공은 미끄러짐 없이 구르기만 하고, 공의 선속도와 각속도의 관계는 $\dot{x}(t) = R \cdot \dot{\theta}(t)$ 이 성립된다. 이 상태에서는 공이 미끄러지지 않으므로 구름 마찰계수를 사용하지 되고, 공이 구르기만 하고 미끄러지지 않는 순간인 임계시간 t_1 은 식 (21)과 (22)를 $\dot{x}(t) = R \cdot \dot{\theta}(t)$ 에 대입함으로써 다음과 같이 식을 구할 수 있다.

$$t_1 = \frac{2\dot{x}(t_0)}{7\mu_d g} \tag{23}$$

식 (23)을 식 (21)과 (22)에 대입함으로써 임계시간 t_1 에서의 선속도와 각속도는 각각 다음과 같이 유도된다.

$$\dot{x}(t_1) = \frac{5}{7} \dot{x}(t_0) \tag{24}$$

$$\dot{\theta}(t_1) = \frac{5}{7R} \dot{x}(t_0). \tag{25}$$

식 (24)와 (25)로부터, 임계시간 t_1 일 때의 공의 선속도는 초기속도에 의해 결정되고, 임계시간 t_1 일 때의 공의 각속도는 초기속도와 공의 반지름에 의해 결정됨을 알 수

있다. $t > t_1$ 일 때, 공의 선속도와 각속도는 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

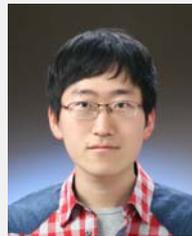
$$\dot{x}(t) = \dot{x}(t_1) - \mu_r g t \quad (26)$$

$$\dot{\theta}(t) = \dot{\theta}(t_1) - \frac{\mu_r g t}{R} \quad (27)$$

식 (26)과 (27)로부터 알 수 있듯이, 두 번째 상태에서의 공의 속도 감소는 단지 구름 마찰력에 의해 결정됨을 알 수 있다.

References

- [1] J. K. Mills and C.V. Nguyen, Robotic manipulator collisions: Modeling and simulation, *ASME J. Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1992, 114(4), pp. 650-659.
- [2] A.S. Yigit, The effect of flexibility on the impact response of a two-link rigid-flexible manipulator, *J. Sound and Vibration*, 1994, 177(3), pp. 349-361.
- [3] K. Youcef-Toumi and D.A. Gutz, Impact and force control, *Proc. of the IEEE Conf. on Robot. Auto.*, 1989, pp. 410-416.
- [4] I.D. Walker, Impact Configurations and Measures for Kinematically Redundant and Multiple Armed Robot Systems, *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 1994, 12(5), pp. 670-683.
- [5] H.T. Liao and M.C. Leu, Analysis of impact in robotic peg-in-hole assembly, *Robotica*, 1998, 16(3), pp. 347-356.
- [6] J. Y. Choi and B.-J. Yi, "Dynamics and Impact Control of a Flying Soccer Ball," *J. Korean Physical Society*, vol. 54, 2009, pp. 75-84.
- [7] O.R. Walton and R.L. Braun, Viscosity, Granular-Temperature, and Stress Calculations for Shearing Assemblies of Inelastic, Frictional Disks, *J. Rheology*, 1986, pp. 949-980.
- [8] G. Kuwabara and K. Kono, Restitution Coefficient in a Collision between Two Spheres, *Jpn. J. Applied Phys.*, 1987, 26, pp. 1230-1233.
- [9] American Society for Testing and Materials, Designation F1887-98, Standard Test Method for Measuring the Coefficient of Restitution (COR) of Baseballs and Softballs.
- [10] D. Kagan and D. Atkinson, The Coefficient of Restitution of Baseballs as a Function of Relative Humidity, *The Physics Teacher*, September 2004, 42, pp. 89-92.
- [11] A.D. Bernstein, Listening to the coefficient of restitution, *Am. J. Physics*, 1977, 45(1), pp. 41-44.
- [12] F. Gerl and A. Zippelius, Coefficient of restitution for elastic disks, *Physical Review E*, 1999, 59(2), pp. 2361-2372.
- [13] J.Y. Choi, H.T. Ryu, and B.-J. Yi, Variable Impact Dynamics of a Manipulator, *The 8th Int. Conf. on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence*, Incheon, Korea, 2011, pp. 263-266.
- [14] J. Wittenberg, *Dynamics of Systems of Rigid Bodies*, Band 33, Germany, B. G. Teubner, 1977. pp. 191-214.
- [15] W.J. Stronge, Chain Reaction From Impact on Aggregate of Elasto-Plastic Rigid Bodies, *Int. J. Impact Engineering*, 2003, 28(3), pp. 291-302.
- [16] J.H. Lee, B.-J. Yi, I.H. Suh, and S.-R. Oh, Performance Analysis of Sawing Task Based on Impulse Measure and Geometry: Dual Arm Approach, *IEEE Trans. on Robotics*, 2005, 21(6), pp. 1230-1240.
- [17] K. Ogata, *System Dynamics 2nd Ed.*, 1992, pp. 134-138.



류 한택

2006 한양대학교 전자시스템공학

(공학사)

2010 한양대학교 전자전기제어계측

공학과 (공학석사)

2012~현재 한양대학교 지능형로봇학과 박사과정

관심분야 : impact dynamics, robot dynamics



최재연

2001 한양대학교 제어계측공학과

(공학사)

2003 한양대학교 전자전기제어계측

공학과

(공학석사)

2012 한양대학교 전자전기제어계측

공학과 박사과정 (공학박사)

2012~현재 한국로봇융합연구원 연구원

관심분야 : Redundant Robot, Impact Dynamics, Mechanism Design.



권영현

1984 한양대학교 (이학사)
1986 로체스터대학교 (이학석사)
1987 로체스터대학교 (이학박사)
1988 로체스터대학교, Post Doctor

1990 미네소타대학, Research Associate

1995~현재 한양대학교 응용물리학과교수

관심분야 : 양자전산, 양자정보처리 DNA Self-Assembly, 생물
정보학, 인공지능 알고리즘 을 이용한 영상 및 음성처리



이병주

1984 한양대학교 기계공학과
(공학사)
1986 The University of Texas at
Austin Mechanical
Engineering (공학석사)

1991 The University of Texas at Austin Mechanical Engineering
(공학박사)

1991 The University of Texas at Austin, Post Doctor

1991~1995 한국기술교육대학교 제어기계과 교수

1995~현재 한양대학교 전자시스템공학과 교수

관심분야 : Parallel Manipulators, Mobile Robot, Mechanism
Design, Surgical Robot

K C I