

# 수동적으로 연결된 미지의 물체의 운동량 관리 통합을 통한 관절형 다리-팔 로봇의 균형유지 전신제어

## Whole-Body Control for Balancing an Articulated Legged-Arm Robot with the Integration of Momentum Management and a Passively Connected Unknown Object

최유신<sup>1</sup>·장재필<sup>2</sup>·하성민<sup>3</sup>·황순웅<sup>4</sup>·김완수<sup>†</sup>

Yushin Choi<sup>1</sup>, Jaepil Jang<sup>2</sup>, Seongmin Ha<sup>3</sup>, Soonwoong Hwang<sup>4</sup>, Wansoo Kim<sup>†</sup>

**Abstract:** Maintaining balance is a critical challenge for legged mobile manipulators, especially when unknown objects are passively connected, as they can disrupt overall stability. To address this, we propose a whole-body control framework that incorporates momentum-based management to enhance balance in a torque-controlled quadrupedal manipulator. Our approach integrates momentum regulation directly into the control strategy, enabling the robot to account for the dynamic effects of connected objects without requiring separate control algorithms. This facilitates effective handling of dynamic interactions between the robot's body and its components. Consequently, the robot's ability to maintain balance during complex tasks—such as ensuring contact stability and tracking end-effector trajectories—is significantly improved. We demonstrate the effectiveness of this framework through simulations, where an articulated legged-arm robot maintains balance on an incline while tracking a desired trajectory with an object whose center of mass changes dynamically and is suspended from its arm. The proposed controller reduced position RMSE by 88% and Euler angle error by 77%, demonstrating its effectiveness.

**Keywords:** Redundant Robot Control, Legged Mobile Manipulator, Whole Body Control, Hierarchical Optimization, Balancing Control

### 1. 서론

관절형 다리-팔 로봇은 이동성과 조작 능력을 통합한 시스템으로, 복잡한 환경에서 다양한 작업을 수행할 수 있는 잠재력을 가지고 있다. 이러한 로봇은 주로 다리형 이동 로봇에 로봇

팔을 결합하여 험난한 지형에서의 이동성과 물체 조작 능력을 통해 지형 탐사, 임업, 구조 작업 등 다양한 분야에 활용될 수 있다<sup>[1]</sup>. 다리형 이동 로봇은 특히 바퀴형 로봇이 접근하기 어려운 지형에서도 유리한 성능을 발휘하여 복잡한 환경에 더 적합하여 그 중요성이 점차 커지고 있다. 하지만 이러한 시스템은 높은 자유도를 가지기 때문에 제어의 복잡성이 증가하며, 불확실한 외부 환경과 상호작용하는 상황에서 안정적으로 균형을 유지하는 것이 중요한 과제가 된다<sup>[2]</sup>.

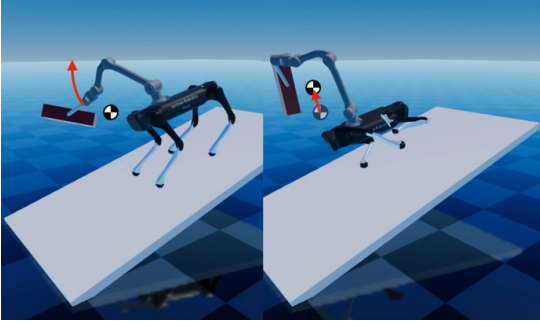
실제 작업 환경에서 로봇이 외부 물체와 상호작용할 때, 물체가 로봇에 수동적으로 연결되어 있는 경우 그 상호작용을 정확히 모델링하기 어렵다. 특히 물체의 질량 분포가 일정하지 않은 경우, 질량 중심이 한쪽으로 치우쳐 로봇에 예측하기 어려운 외력을 가하게 된다. 이는 로봇의 동적 안정성을 저하시킬 수 있으며, 심할 경우 균형을 잃고 전복에 이를 수 있다. [Fig. 1]에서 볼 수 있듯이, 로봇이 수동적으로 연결된 미지의 물체를 조

Received : Oct. 24, 2024; Revised : Nov. 18, 2024; Accepted : Nov. 20, 2024

※ This study was carried out with the support of 'R&D Program for Forest Science Technology (Project No. RS-2024-00403540)' provided by Korea Forest Service (Korea Forestry Promotion Institute).

1. MS Student, Department of Intelligence and Information Engineering, Hanyang University, Seoul, Korea (yusin848@hanyang.ac.kr)
2. MS Student, Department of Interdisciplinary Robot Engineering Systems, Hanyang University, Seoul, Korea (jaepil9@hanyang.ac.kr)
3. PhD Student, Department of Mechatronics Engineering, Hanyang University, Seoul, Korea (gktjdals9416@hanyang.ac.kr)
4. Research Associate Professor, Co-Corresponding author: Department of Robotics, Hanyang University ERICA, Ansan, Korea (hswfile@hanyang.ac.kr)

† Associate Professor, Corresponding author: Department of Robotics, Hanyang University ERICA, Ansan, Korea (wansookim@hanyang.ac.kr)



[Fig. 1] Robot stability affected by interaction forces: This figure illustrates how interaction forces, when manipulating a passively connected unknown object, can impact the robot's balance, potentially causing it to fail

작하는 경우, 물체와 로봇 사이의 상호작용 힘으로 인해 로봇의 안정성이 저하되어 균형을 잃고 넘어질 수 있다. 따라서, 미지의 물체를 조작하는 경우 로봇의 균형 유지와 전복 방지를 위한 효과적인 제어가 필수적이다.

이를 위해 로봇의 질량 중심으로 동역학을 해석하는 Centroidal Dynamics 기반의 연구가 진행되어 왔다<sup>[3,4]</sup>. Lee 외 1인은 로봇의 운동량을 기반으로 한 휴머노이드의 균형 제어를 제안하였고<sup>[5]</sup>, Orin 외 2인은 로봇 관절 공간에서의 속도와 작업 영역에서의 로봇 운동량 사이의 관계를 나타내는 Centroidal Momentum Matrix를 제안하며 이를 확장하였다<sup>[6]</sup>. Sleiman 외 3인은 관절형 다리-팔 로봇의 이동 및 조작(Loco-manipulation) 작업을 통합하여 Kino-Centroidal 상태 기반의 모델 예측 제어(Model Predictive Control) 프레임워크를 제안했다<sup>[7]</sup>. 그러나 조작하는 물체의 상태를 모델 예측 제어기에 통합하여, 물체의 모델 구조와 매개변수가 알려져 있고 그 상태가 모델 예측 제어기에 지속적으로 피드백이 가능하다는 가정에 의존한다. 이로 인해 미지의 객체를 조작하는 데에는 한계가 있다.

본 논문에서는 앞서 언급한 미지의 물체로 인해 발생하는 불확실성 문제를 해결하기 위해, 로봇 전신의 운동량을 고려한 계층적 전신제어 기법을 제안한다. 제안된 제어기는 로봇의 질량 중심에서의 선운동량과 각운동량을 각각 독립적인 작업으로 구성하여 계층적 전신제어 기법에 통합한다. 이를 통해 로봇은 복잡한 환경에서 다수의 작업을 계층적으로 처리하면서도, 미지의 물체로 인한 예측 불가능한 외력에 대응하며 균형을 유지할 수 있다. 특히 경사진 지형과 같은 불안정한 환경에서 로봇은 미지의 물체와 상호작용 중 발생하는 외부 교란에 대해 효과적으로 자세를 유지하여 전복을 방지할 수 있다. 본 연구의 기여는 수동적으로 연결된 물체의 상호작용 힘에 대해 균형 유지를 위한 별도의 알고리즘이나 발 내딛기 동작 없이, 운동량 기반의 균형 유지 작업을 계층적 최적화 문제에 적합한 제어 문제로 수립하고, 이를 질량 중심이 동적으로 변화하는 물체와 함께 시뮬레이션을 통해 검증한 데 있다.

## 2. 계층적 전신제어 알고리즘

### 2.1 로봇 모델링 및 운동 방정식

관절형 다리-팔 로봇의 모델은 Floating base에 팔과 다리가 부착된 형태로 구성된 뒤, 일반화된 위치벡터와 속도벡터  $\mathbf{q}, \mathbf{u}$ 로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{q} = [\mathbf{r}_{I,IB}^T \ \mathbf{q}_{IB}^T \ \mathbf{q}_a^T]^T \in \text{SE}(3) \times \mathbb{R}^{n_a}, \quad (1)$$

$$\mathbf{u} = [\mathbf{v}_{I,IB}^T \ \boldsymbol{\omega}_{B,IB}^T \ \dot{\mathbf{q}}_a^T]^T \in \mathbb{R}^{n_u}$$

식 (1)에서  $\mathbf{r}_{I,IB}$ 는 관성 좌표계( $\{I\}$ )에서 표현한 로봇 몸체 좌표계( $\{B\}$ )의 위치벡터를 의미하며,  $\mathbf{q}_{IB}$ 는 몸체의 회전을 나타내기 위한 단위 사원수,  $\mathbf{q}_a$ 는 구동 관절의 위치,  $n_a$ 와  $n_u$ 는 각각 구동 관절의 개수와 로봇의 자유도를 나타낸다. 또한 로봇의 운동 방정식은 아래의 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \mathbf{u}) = \mathbf{S}^T \boldsymbol{\tau} + \mathbf{J}_c^T \boldsymbol{\lambda} \quad (2)$$

위 식에서,  $\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n_u \times n_u}$ 는 관성행렬,  $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \mathbf{u}) \in \mathbb{R}^{n_u}$ 는 코리올리, 원심력 및 중력항을 의미하고  $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{n_a \times n_u}$ ,  $\mathbf{J}_c \in \mathbb{R}^{3n_c \times n_u}$ 는 선택행렬과 접촉자코비안,  $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^{n_a}$ ,  $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^{3n_c}$ 는 토크와 접촉 힘,  $n_c$ 는 접촉점의 개수를 나타낸다.

$$\mathbf{Q}_c^T [\mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \mathbf{u})] = \mathbf{Q}_c^T \mathbf{S}^T \boldsymbol{\tau} + \mathbf{R} \boldsymbol{\lambda} \quad (3)$$

$$\mathbf{Q}_u^T [\mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \mathbf{u})] = \mathbf{Q}_u^T \mathbf{S}^T \boldsymbol{\tau} \quad (4)$$

식 (2)의 운동 방정식은 접촉자코비안에 대한 QR 분해를 통해 각각 식 (3)과 (4)의  $\mathbf{Q}_c \in \mathbb{R}^{(n_u) \times 3n_c}$ ,  $\mathbf{Q}_u \in \mathbb{R}^{(n_u) \times (n_u - 3n_c)}$ ,  $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{3n_c - 3n_c}$ 로 분리할 수 있다<sup>[8]</sup>. 이를 통해 전신제어 시 최적화 변수의 차원을 낮출 수 있으며, 식 (5)를 통해 접촉 힘과 관련된 작업이나 제약조건을 추가할 수 있다.

$$\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Q}_c^T [\mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \mathbf{u}) - \mathbf{S}^T \boldsymbol{\tau}] \in \mathbb{R}^{3n_c} \quad (5)$$

### 2.2 계층적 전신제어

관절형 다리-팔 로봇과 같은 여자유도 로봇은 기구학적으로 무한개의 해를 가질 수 있는데, 계층적 전신제어를 활용하면 이 문제를 해결할 수 있을 뿐만 아니라, 시스템 전체의 자유도를 활용하여 여러 작업을 계층적으로 수행할 수 있다. 작업은 Slack Variable  $\mathbf{t}, \mathbf{s}$ 를 사용하여 아래의 식 (6)과 같이 Equality/

Inequality 작업을 구성하였으며, 최적화 변수는 식 (7)과 같이 설정하였다.

$$\mathbf{T} : \begin{cases} \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b} = \mathbf{t} \\ \mathbf{C}\mathbf{x} - \mathbf{d} \leq \mathbf{s} \end{cases} \quad (6)$$

$$\mathbf{x} = [\dot{\mathbf{u}} \ \boldsymbol{\tau}^T]^T \in \mathbb{R}^{n_u + n_\tau} \quad (7)$$

식 (6), (7)을 바탕으로 작업  $\mathbf{T}_1, \dots, \mathbf{T}_{p+1}$ 을 고려한 최적해를 구하기 위한 계층적 최적화 문제는 아래의 식 (8)과 같이 구성하였다<sup>[9]</sup>.

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{z}_{p+1}, \mathbf{s}_{p+1}} \quad & \frac{1}{2} \|\mathbf{A}_{p+1}(\mathbf{x}^* + \mathbf{Z}_p \mathbf{z}_{p+1}) - \mathbf{b}_{p+1}\|^2 + \frac{1}{2} \|\mathbf{s}_{p+1}\|^2 \quad (8) \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{C}_{p+1}(\mathbf{x}^* + \mathbf{Z}_p \mathbf{z}_{p+1}) - \mathbf{d}_{p+1} \leq \mathbf{s}_{p+1} \\ & \mathbf{C}_p(\mathbf{x}^* + \mathbf{Z}_p \mathbf{z}_{p+1}) - \mathbf{d}_p \leq \mathbf{s}_p^* \\ & \vdots \\ & \mathbf{C}_1(\mathbf{x}^* + \mathbf{Z}_p \mathbf{z}_{p+1}) - \mathbf{d}_1 \leq \mathbf{s}_1^* \\ & \mathbf{s}_{p+1} \geq \mathbf{0} \end{aligned}$$

위의 식 (8)에서, 상위 우선순위 제약조건들의 행렬은  $\mathbf{A}_p = [\mathbf{A}_1^T \dots \mathbf{A}_p^T]^T$ 로 정의되며, 이를 바탕으로 영공간  $\mathbf{Z}_p = N(\mathbf{A}_p)$ 이 결정된다. 영공간은 계산 효율성을 위해 아래의 식 (9)와 같이 반복적인 과정을 통해 구하였다. 최적해는  $\mathbf{x} = \mathbf{x}^* + \mathbf{Z}_p \mathbf{z}_{p+1}$ 로 표현되며, 여기서  $\mathbf{z}_{p+1}$ 는  $\mathbf{Z}_p$ 의 행공간(row space)에 속하는 벡터이다.

$$\mathbf{Z}_p = \mathbf{Z}_{p-1} N(\mathbf{A}_p \mathbf{Z}_{p-1}) \quad (9)$$

### 2.3 작업 설정

최종 작업과 우선순위는 위의 [Table 1]에 제시하였다. 토크 제한 내에서 동역학 방정식을 만족하기 위해 해당 작업을 최우선 순위로, 미끄러짐 없이 접촉을 유지하기 위한 작업을 그 다음으로 할당하였다. 이후 말단부 경로 추종, 몸체 자세 유지 작업을 추가하였고, 작업을 수행하면서 로봇이 균형을 유지할 수

[Table 1] The tasks and their priority (1 is the highest)

Priority	Task
1	Equation of Motions / Torque Limits
2	No Contact Motion / Friction Cone Limits
3	End-Effector Trajectory Tracking
4	Base Pose Tracking
5	Linear Momentum Management
6	Angular Momentum Management

있도록 운동량 관련 작업을 할당하였다. 각 작업을 구성한 후, [Table 1]에 제시된 우선순위에 따라 식 (8)과 같은 형태로 최적화 문제를 구성하였다. 이어서, 최적화 문제의 해로부터 최적 제어 입력을 도출하여 이를 제어 입력으로 활용하였다. 각각의 작업은 이전의 식 (6)에서 정의된 형태와 같이 구성하였으며 이에 대한 설명과 수식은 다음과 같다.

**Equation of Motion:** 동적 일관성(dynamically-consistent)을 보장하는 해를 찾기 위하여 로봇 운동 방정식의 비구동(under-actuated) 부분인 식 (4)를 바탕으로 아래의 식 (10)과 같이 작업을 구성하였다.

$$\mathbf{Q}_u^T [\mathbf{M}(\mathbf{q}) - \mathbf{S}^T] \mathbf{x}_d = \mathbf{Q}_u^T \mathbf{h}(\mathbf{q}, \mathbf{u}) \quad (10)$$

**Torque Limits:** 로봇의 토크 제한을 만족하는 해를 찾기 위해서, 아래의 식 (11)과 같이 작업을 구성하였다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n_\tau \times n_u} & \mathbf{I}_{n_\tau} \\ \mathbf{0}_{n_\tau \times n_u} & -\mathbf{I}_{n_\tau} \end{bmatrix} \mathbf{x}_d \leq \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_{max} \\ \boldsymbol{\tau}_{min} \end{bmatrix} \quad (11)$$

**Stationary Feet:** 지면과 로봇의 발 사이의 접촉을 유지하기 위해서는 발과 접촉점 사이에서의 상대속도가 발생하지 않도록 할 필요가 있다. 이는 식 (12), (13)에 나타나 있으며, 식 (14)와 같이 관련 작업을 구성하였다.

$$\dot{\mathbf{r}}_{LIC} = \mathbf{J}_c \mathbf{u} = 0 \quad (12)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_{LIC} = \mathbf{J}_c \dot{\mathbf{u}} + \dot{\mathbf{J}}_c \mathbf{u} = 0 \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_c & \mathbf{0}_{3n_c \times n_\tau} \end{bmatrix} \mathbf{x}_d = \dot{\mathbf{J}}_c \mathbf{u} \quad (14)$$

**Linearized Friction Cones:** 로봇의 발이 지면과 미끄러지지 않도록, 마찰 콘 기반으로 작업을 구성하였다. 마찰 콘을 선형화하여 지면 반발력이 선형화된 마찰 콘 내부에 존재하도록 제약조건을 구성하였으며, 이는 아래의 식 (15)에 나타내었다.

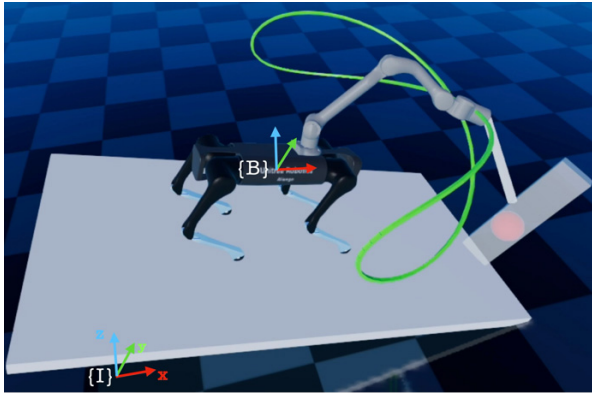
$$-\mu\lambda_z \leq \lambda_x \leq \mu\lambda_z \quad (15)$$

$$-\mu\lambda_z \leq \lambda_y \leq \mu\lambda_z$$

$$\lambda_{min} \leq \lambda_z \leq \lambda_{max}$$

**Task Space Pose Tracking:** 로봇 팔의 말단부 및 로봇 몸체의 자세 추종을 위한, 작업 영역에서의 자세 추종 작업은 아래의 식 (16)과 같이 구성하였다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J} & \mathbf{0}_{6 \times n_\tau} \end{bmatrix} \mathbf{x}_d = \dot{\mathbf{V}}_{des} - \dot{\mathbf{J}} \mathbf{u} \quad (16)$$



[Fig. 2] Simulation environment: The robot is on a sloped surface, following the desired arm trajectory (green line). The movement of the passively connected unknown object (white box) with a dynamically changing center of mass (red sphere) exerts an external force on the robot

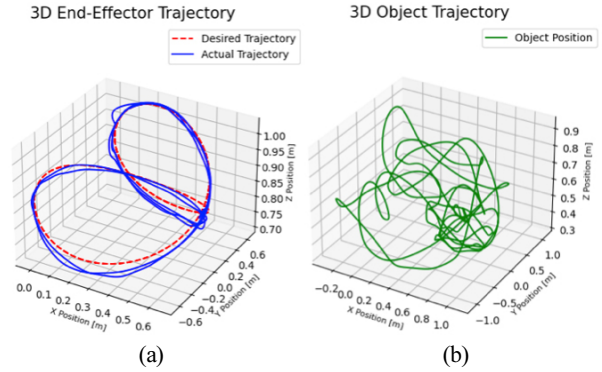
위 식에서,  $\mathbf{J} \in \mathbb{R}^{6 \times n_u}$ 는 로봇팔의 말단부 또는 몸체의 자코비안을 의미하며  $\dot{\mathbf{v}}_{des} = \mathbf{K}_p(\tilde{\mathbf{X}}) - \mathbf{K}_d \mathbf{v}$ 는 목표 가속도를 나타낸다. 여기서  $\tilde{\mathbf{X}} = [\tilde{\mathbf{r}}^T \log(\tilde{\mathbf{q}})^T]^T \in \mathbb{R}^6$ 는 자세오차를 나타내며,  $\tilde{\mathbf{r}}$ 는 위치오차를 나타내는 벡터,  $\tilde{\mathbf{q}}$ 는 회전오차를 나타내는 단위 쿼터니언이다. 로봇의 회전을 유클리드 공간에서 수렴시키기 위하여,  $\log(\cdot) : \text{SO}(3) \rightarrow \mathbb{R}^3$  연산자를 활용하였다<sup>[10]</sup>.

Momentum Management: 로봇이 추종 작업을 수행함과 동시에, 균형을 유지할 수 있도록 운동량 관련 작업을 다음과 같이 구성하였다. 해당 작업은 로봇의 질량 중심에서의 운동량을 기반으로 하며, 별도의 발 내딛기 동작을 고려하지 않는다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{i}} &= M\mathbf{g} + \sum_{i=1}^{n_c} \mathbf{f}_{c_i} = M\mathbf{g} + [\Pi_3 \cdots \Pi_3] \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{c_1} \\ \vdots \\ \mathbf{f}_{c_{n_c}} \end{bmatrix} \\ &= M\mathbf{g} + \mathbf{P}\boldsymbol{\lambda} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{k}} &= \sum_{i=1}^{n_c} (\mathbf{r}_{LIC_i} - \mathbf{r}_{LIG}) \times \mathbf{f}_{c_i} \\ &= \left[ [\mathbf{r}_{LIC_1} - \mathbf{r}_{LIG}]_{\times} \cdots [\mathbf{r}_{LIC_{n_c}} - \mathbf{r}_{LIG}]_{\times} \right] \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{c_1} \\ \vdots \\ \mathbf{f}_{c_{n_c}} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{D}\boldsymbol{\lambda} \end{aligned} \quad (18)$$

위의 식 (17), (18)는 각각 선운동량과 각운동량의 변화율을 의미한다. 식 (17)에서  $M$ 은 로봇의 전체 질량을 의미하며  $\mathbf{f}_{c_i} \in \mathbb{R}^3$ ,  $i = 1, \dots, n_c$ 는  $i$ 번째 접촉힘을 나타낸다. 식 (18)에서  $\mathbf{r}_{LIC_i}$ ,  $\mathbf{r}_{LIG}$ 는 각각 접촉점의 위치와 로봇 질량 중심의 위치를 의미하고,  $[\cdot]_{\times}$ 는 벡터 간의 외적을 행렬곱으로 수행하기 위



[Fig. 3] End-effector and object trajectory: This figure shows the 3D trajectories of the end-effector and the object. In figure (a) on the left, the red dashed line represents the desired trajectory of the end-effector, and the blue line shows the actual trajectory. In figure (b) on the right, the green line represents the object's trajectory. The object's movement is complex and unpredictable, making it difficult to accurately model

한 반대칭 행렬 연산자를 의미한다. 식 (17), (18)을 행렬-벡터 곱으로 표현함으로써, 아래의 식 (21), (22)와 같이 전신제어의 작업을 구성하였다. 전복 방지를 위한 작업 구성을 위하여 아래의 식 (19), (20)와 같이 목표 변화율을 설정하였다<sup>[5]</sup>.

$$\dot{\mathbf{i}}_{des} = M[\mathbf{K}_p(\mathbf{r}_{LIG}^{des} - \mathbf{r}_{LIG}) + \mathbf{K}_d(\mathbf{v}_{LIG}^{des} - \mathbf{v}_{LIG})] \quad (19)$$

$$\dot{\mathbf{k}}_{des} = \mathbf{K}_p(\mathbf{k}_{des} - \mathbf{k}) \quad (20)$$

식 (19)에서,  $\mathbf{K}_p, \mathbf{K}_d \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 는 가중치 행렬,  $\mathbf{r}_{LIG}^{des}, \mathbf{v}_{LIG}^{des}$ 는 각각 질량 중심의 목표 위치와 속도를 의미한다. 균형 유지를 위해,  $\mathbf{r}_{LIG}^{des}$ 는 접촉점의 중심 값으로,  $\mathbf{v}_{LIG}^{des}$ 는 영벡터로 설정하였다. 식 (20)에서  $\mathbf{k}_{des}$ 는 목표 각운동량을 의미하며 영벡터로 설정하였다. 식 (17)-(20)와 식 (5)를 기반으로 운동량 관련 작업을 구성하였으며 이는 아래의 식 (21), (22)에 나타내었다.

$$\mathbf{P}\mathbf{R}^{-1} \mathbf{Q}_c^T [M(\mathbf{q}) - \mathbf{S}^T] \mathbf{x}_d \quad (21)$$

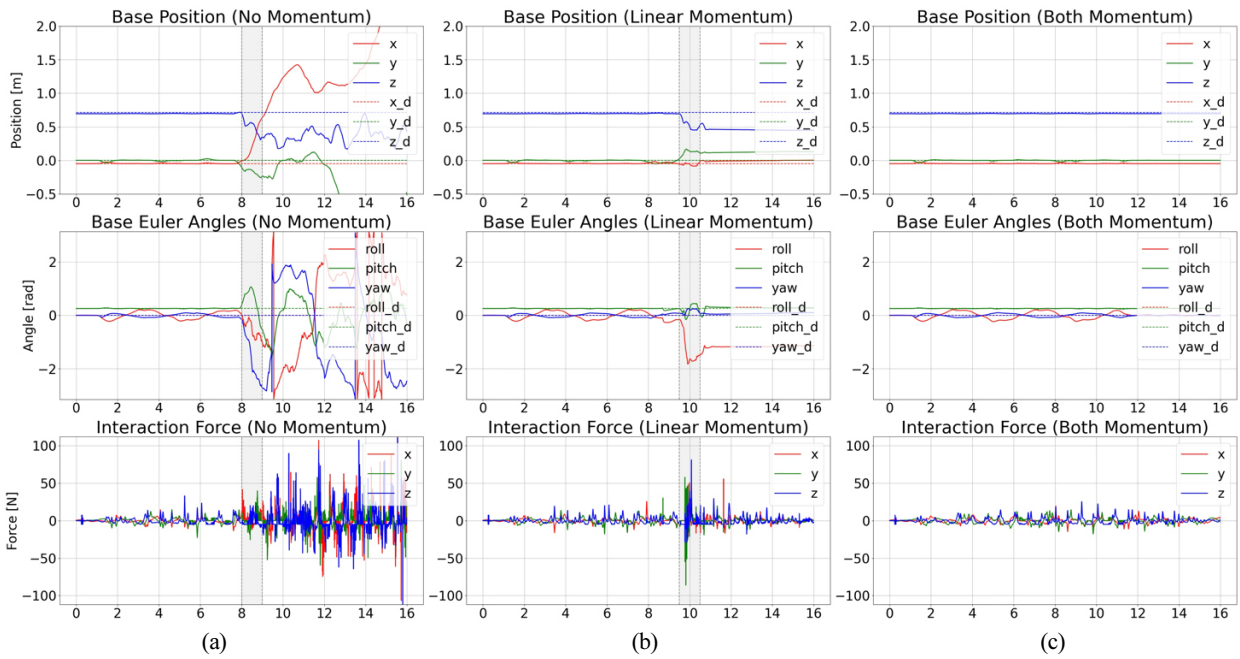
$$= \dot{\mathbf{i}}_{des} - (\mathbf{P}\mathbf{R}^{-1} \mathbf{Q}_c^T \mathbf{h}(\mathbf{q}, \mathbf{u}) + M\mathbf{g})$$

$$\mathbf{D}\mathbf{R}^{-1} \mathbf{Q}_c^T [M(\mathbf{q}) - \mathbf{S}^T] \mathbf{x}_d \quad (22)$$

$$= \dot{\mathbf{k}}_{des} - \mathbf{D}\mathbf{R}^{-1} \mathbf{Q}_c^T \mathbf{h}(\mathbf{q}, \mathbf{u})$$

### 3. 실험 설정

실험은 물체의 질량 중심이 동적으로 변화하는 환경을 구성하기 위하여 시뮬레이션에서 진행하였다. 시뮬레이션은 Raisim<sup>[11]</sup>에서 200 Hz로 진행되었으며, Unitree사의 Aliengo 사족보행 로봇에 Z1 로봇팔을 결합하여 사용하였다. 최적화 Solver는 ADMM (Alter-



[Fig. 4] Base position, euler angles, and interaction force comparison: This figure compares base position, euler angles, and interaction forces under three conditions: without momentum consideration (a), with linear momentum consideration (b), and with both linear and angular momentum considered (c). Each row represents one metric, while the columns show the three conditions. Shaded areas indicate time intervals where balance was lost, leading to system failure

nating Direction Method of Multipliers) 알고리즘 기반의 OSQP<sup>[12]</sup> 라이브러리를 사용하였다.

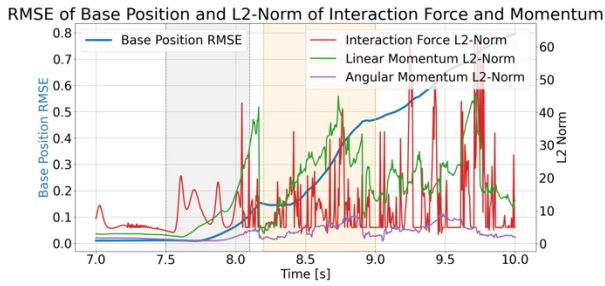
제안된 제어기의 성능 확인을 위해, [Fig. 2]와 같이 로봇 팔 단부에 0.1x0.4x0.1 m 크기의 물체를 0.25 m 길이의 수동 관절로 연결한 뒤 15도 경사면에서 로봇 팔의 목표 궤적을 추종하도록 실험을 진행하였다. 물체의 질량은 0.3 kg, 0.4 kg, 0.5 kg으로 다르게 설정하여 3가지 경우에 대해 제어기의 성능을 비교하였다. 질량 분포가 불규칙한 물체에 대한 제어기의 성능 평가를 위하여 물체의 질량 중심이 물체 좌표계의 y축을 따라, 물체의 y축 길이의 1/3 구간 내에서  $\pi/2$  초의 주기로 변화하도록 설정하였다.

#### 4. 실험 결과

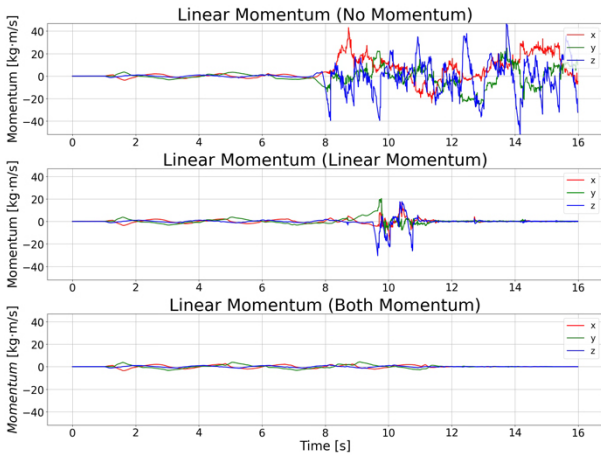
[Fig. 3]은 로봇 팔이 목표 궤적을 추종할 때, 수동적으로 연결된 미지의 물체가 함께 움직이는 궤적을 나타낸다. 이 물체는 수동으로 연결되어 있으며, 질량 중심이 동적으로 변화하여 예측하기 어려운 궤적으로 움직인다. 이러한 경우, 물체의 움직임으로 인한 상호작용을 동역학 모델에 정확히 반영하기 어려워, 미지의 외력처럼 로봇에 작용한다. 이를 해결하기 위해 본 연구에서는 로봇의 운동량을 고려한 전신제어기를 개발하였으며, [Fig. 4]는 물체의 질량이 0.5 kg일 때 제안된 제어기를 통해 로봇의 안정성이 향상된 모습을 보여준다. 로봇의 운동량을

고려하지 않은 경우, 약 8초 부근에서 로봇이 균형을 잃고 넘어졌고 선운동량만 고려했을 때는 약 10초 부근에서 균형을 잃는 모습이 나타났다. 반면, 제안된 제어기를 적용하여 로봇 전신의 운동량을 고려했을 때, 로봇은 균형을 유지하며 안정적으로 작업을 수행할 수 있었다. 이는 로봇 전체의 운동량 관리가 로봇의 균형 유지에 효과적임을 보여주며, 질량 중심이 일정하지 않은 미지의 물체를 조작하는 환경에서도 안정적인 작업 수행이 가능함을 나타낸다. 또한, 제안된 제어기를 적용했을 때 로봇과 물체 사이의 상호작용 힘이 감소했다. 제안된 제어기가 적용되지 않은 경우, 로봇이 균형을 잃으며 상호작용 힘이 증가하였고, 이는 로봇의 안정성을 더욱 저하시켜 결국 전복되는 결과로 이어졌다.

정량적 분석 결과, 운동량을 전혀 고려하지 않은 경우에 비해, 선운동량을 고려한 경우 로봇 몸체 위치의 평균 제곱근 오차는 약 82%, 오일러 각 오차는 약 70% 감소하였다. 선운동량과 각운동량을 모두 고려한 경우, 위치 오차는 약 88%, 오일러 각 오차는 약 77% 감소하였다. 또한, 균형을 잃기 전까지의 평균 상호작용 힘은 선운동량만 고려한 경우 약 27% 감소했으며, 선운동량과 각운동량을 모두 고려한 경우 약 32% 감소하였다. 이러한 결과는 선운동량만 고려한 경우에도 로봇 자세 제어 성능이 향상되었음을 보여주지만, 각운동량을 추가로 고려함으로써 자세 제어 성능이 더욱 크게 개선되었음을 나타낸다. 로봇이 균형을 잃기 시작하면 물체와의 상호작용 힘이 크게 증가한



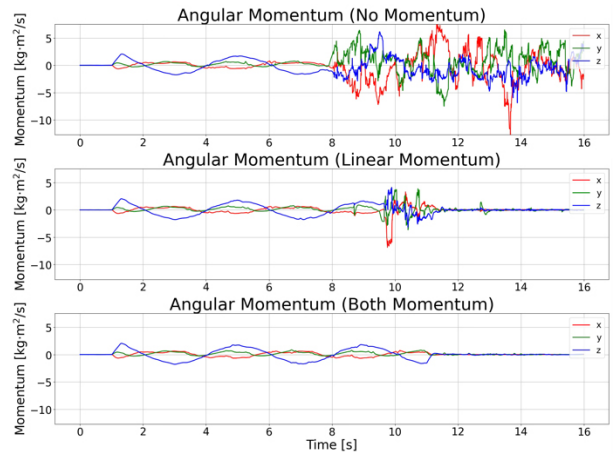
[Fig. 5] RMSE of base position and l2-norm of interaction force and momentum: The figure illustrates the RMSE of the base position (blue line) and the L2-norms of the interaction force (red line), linear momentum (green line), and angular momentum (purple line) over the 6–10 s interval. The data corresponds to a scenario where the object weights 0.5 kg, and the robot operates without considering momentum in its control strategy, highlighting the periods of balance loss under these conditions



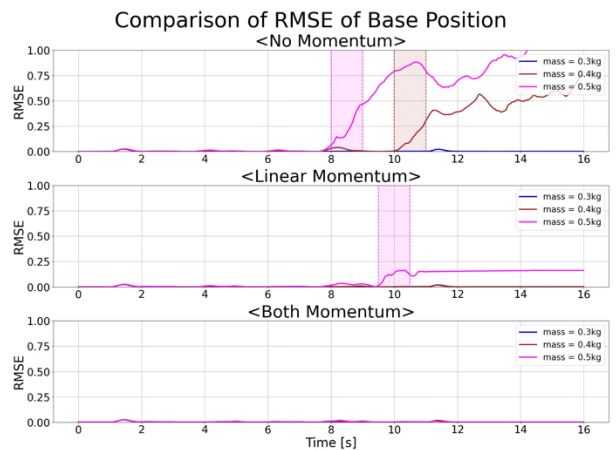
[Fig. 6] Linear momentum comparison: This figure shows a comparison of the linear momentum in three conditions. The x, y, and z components of the linear momentum are represented by the red, green, and blue lines, respectively

반면, 균형을 유지하는 경우에는 상호작용 힘이 크게 증가하지 않았다. 이는 상호작용 힘이 커질수록 로봇의 균형이 더 빠르게 무너지고, 균형 상실이 상호작용 힘을 더욱 증대시켜 두 요소가 서로 영향을 주는 것을 의미한다. [Fig. 5]에서 볼 수 있듯이, 약 7.5초 부근의 분홍색 영역에서는 상호작용 힘이 증가함에 따라 선운동량이 증가하고, 로봇이 균형을 잃기 시작하면서 상호작용 힘과 각운동량이 동시에 더욱 증가하는 양상을 보인다. 8초 이후의 주황색 영역에서는 로봇이 완전히 균형을 잃고 제어 불가능으로 인해, 상호작용 힘과 운동량이 모두 급격히 변화하는 모습을 확인할 수 있다.

시간에 따른 로봇의 선운동량과 각운동량은 각각 [Fig. 6]과 [Fig. 7]에 나타내었다. 운동량을 고려하지 않은 경우에는 선운동량과 각운동량 모두에서 큰 변동성을 보였으며, 특히 균형을



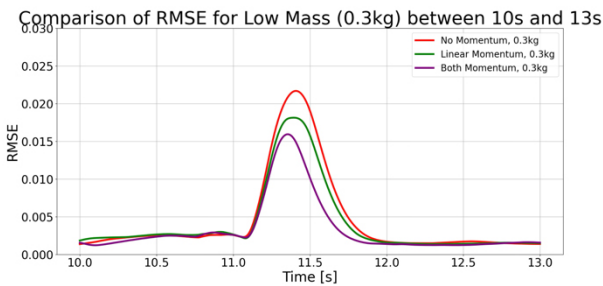
[Fig. 7] Angular momentum comparison: This figure compares the angular momentum under three conditions. The angular momentum is calculated with respect to the robot's center of mass. The red, green, and blue lines represent the x, y, and z components of angular momentum



[Fig. 8] Comparison of RMSE of base position under different momentum considerations: This figure presents the RMSE of the base position across nine experimental scenarios. Each row corresponds to a different control strategy: No Momentum (baseline), Linear Momentum Only, and Both Momentum (proposed). In each plot, the blue, brown, and magenta lines represent the results for object masses of 0.3 kg, 0.4 kg, and 0.5 kg, respectively. The comparison highlights the effectiveness of considering momentum, particularly when both linear and angular momentum are accounted for

잃는 순간에 변화가 두드러졌다. 선운동량만 고려한 경우에는 비교적 변동성이 줄어들었지만, 여전히 약간의 불안정성이 존재했다. 선운동량과 각운동량을 모두 고려한 경우에는 두 운동량 모두 변동성이 감소하여 가장 안정적인 상태를 유지하는 것을 확인할 수 있다.

제한된 제어기의 강건성을 보이기 위하여 수동적으로 연결된 물체의 질량을 다르게 변화하여 비교 실험을 진행하였다. 물



[Fig. 9] Comparison of RMSE of base position for low mass (0.3 kg) between 10s and 13s: This figure shows the RMSE of the base position for a 0.3 kg object during the 10–13 s interval. The red line represents the control strategy without considering momentum (baseline), the green line represents the strategy considering only linear momentum, and the purple line represents the strategy considering both linear and angular momentum (proposed). Around 11.5 s, a strong external force is applied due to the movement of the passively connected object, causing the RMSE to peak. The control strategy considering both linear and angular momentum achieves the lowest RMSE, reducing instability compared to the other strategies

체의 질량을 각각 0.3 kg, 0.4 kg, 0.5 kg 으로 다르게 설정하였으며 이에 대한 균형 유지 결과는 [Fig. 8]에 나타내었다. 운동량을 고려하지 않은 경우, 0.3 kg 질량의 물체에 대해서는 균형을 잃지 않았지만, 0.4 kg, 0.5 kg 의 질량의 물체에 대해서는 각각 8초 부근(분홍색 영역), 10초 부근(갈색 영역)에서 균형을 잃는 모습을 보였다. 또한 선운동량만 고려한 경우에는 물체의 질량이 0.3 kg, 0.4 kg 일때는 균형을 유지할 수 있었지만, 질량이 0.5 kg인 물체를 조작하는 경우에는 약 10초 부근(분홍색 영역)에서 균형을 잃고 넘어지는 모습을 보였다. 반면, 운동량을 모두 고려한 제안된 제어기의 경우 다양한 물체의 질량에도 균형을 유지하는 모습을 보였다.

세 제어기 모두 0.3 kg 질량의 물체를 조작하며 균형을 유지했지만, 균형 유지 성능에는 차이가 나타났다. [Fig. 9]에서 보듯, 로봇 팔의 말단부가 목표 경로를 따라 이동하다가 11초 부근 목표 지점에서 정지하여, 11.5초 부근 로봇에 수동적으로 연결된 물체의 움직임으로 인해 강한 힘이 가해졌다. 이 상황에서 로봇 몸체 RMSE의 최댓값은 운동량을 고려하지 않은 경우와 비교하여 선운동량만 고려한 경우에는 약 16%, 운동량을 모두 고려한 경우에는 약 27% 감소한 것으로 확인되었다. 특히 제안된 제어기의 경우, RMSE의 최댓값 뿐만 아니라 전체적으로도 작은 오차값을 유지하며 빠르게 수렴하는 모습을 보였다.

## 5. 결론

본 논문에서는 로봇의 운동량을 고려한 전신제어기를 제안

하였다. 해당 기법은 전신제어 기법과 함께 로봇의 운동량을 제어함으로써, 다양한 작업을 수행함과 동시에 미지의 외력에 대해 균형을 유지할 수 있다. 질량 중심이 변화하는 물체에 대한 제어기의 성능을 보이기 위해 시뮬레이션에서 검증을 진행하였다. 경사진 지형에서 관절형 다리-팔 로봇에 질량 중심이 동적으로 변화하는 물체를 연결하여 시뮬레이션 환경을 구성하였다. 로봇이 작업을 수행하면서 물체는 예측하기 어려운 움직임을 보였고 이는 로봇에 미지의 외력처럼 작용하였다. 제안된 제어기는 로봇 질량 중심의 운동량을 관리하면서 균형을 유지하였으며, 물체와의 상호작용 힘 또한 가장 작게 나타났다. 이는 제어기가 환경과의 상호작용에서도 강인하게 균형을 유지하며 작업을 수행할 수 있음을 의미하며, 험난한 지형이나 산악 지형에서 임업과 같은 여러 응용 분야에 기여할 수 있을 것으로 기대된다.

## References

- [1] Y. Gong, G. Sun, A. Nair, A. Bidwai, R. CS, J. Grezma, G. Sartoretti, and K. A. Daltorio, "Legged robots for object manipulation: A review," *Frontiers in Mechanical Engineering*, vol. 9, Apr., 2023, DOI: 10.3389/fmech.2023.1142421.
- [2] E. Jelavic, "Hybrid Motion Planning and Control for Legged-Wheeled Robots: Application to Walking Excavators," Ph.D. dissertation, ETH Zurich, Zurich, Switzerland, 2023, DOI: 10.3929/ethz-b-000615353.
- [3] H. Dai, A. Valenzuela, and R. Tedrake, "Whole-body motion planning with centroidal dynamics and full kinematics," *2014 IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, Madrid, Spain, pp. 295-302, 2014, DOI: 10.1109/HUMANOIDS.2014.7041375.
- [4] P. M. Wensing and D. E. Orin, "Improved computation of the humanoid centroidal dynamics and application for whole-body control," *International Journal of Humanoid Robotics*, vol. 13, no. 01, pp. 1550039, 2016, DOI: 10.1142/S0219843615500395.
- [5] S.-H. Lee and A. Goswami, "A momentum-based balance controller for humanoid robots on non-level and non-stationary ground," *Autonomous Robots*, vol. 33, pp. 399-414, Apr., 2012, DOI: 10.1007/s10514-012-9294-z.
- [6] D. E. Orin, A. Goswami, and S.-H. Lee, "Centroidal dynamics of a humanoid robot," *Autonomous Robots*, vol. 35, pp. 161-176, Jun., 2013, DOI: 10.1007/s10514-013-9341-4.
- [7] J.-P. Sleiman, F. Farshidian, M. V. Minniti, and M. Hutter, "A unified MPC framework for whole-body dynamic locomotion and manipulation," *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 6, no. 3, pp. 4688-4695, Jul., 2021, DOI: 10.1109/LRA.2021.3068908.
- [8] M. Mistry, J. Buchli, and S. Schaal, "Inverse dynamics control of floating base systems using orthogonal decomposition," *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation*,

Anchorage, AK, USA, pp. 3406-3412, 2010, DOI: 10.1109/ROBOT.2010.5509646.

- [9] C. D. Bellicoso, C. Gehring, J. Hwangbo, P. Fankhauser, and M. Hutter, "Perception-less terrain adaptation through whole body control and hierarchical optimization," *2016 IEEE-RAS 16th International Conference on Humanoid Robots (Humanoids)*, Cancun, Mexico, pp. 558-564, 2016, DOI: 10.1109/HUMANOID.2016.7803330.
- [10] M. Bloesch, H. Sommer, T. Laidlow, M. Burri, G. Nuetzi, P. Fankhauser, D. Bellicoso, C. Gehring, S. Leutenegger, M. Hutter, and R. Siegwart, "A primer on the differential calculus of 3D orientations," *arXiv:1606.05285*, 2016, DOI: 10.48550/arXiv.1606.05285.

- [11] J. Hwangbo, J. Lee, and M. Hutter, "Per-contact iteration method for solving contact dynamics," *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 3, no. 2, pp. 895-902, Apr., 2018, DOI: 10.1109/LRA.2018.2792536.
- [12] B. Stellato, G. Banjac, P. Goulart, A. Bemporad, and S. Boyd, "OSQP: an operator splitting solver for quadratic programs," *Mathematical Programming Computation*, vol. 12, no. 4, pp. 637-672, 2020, DOI: 10.1007/s12532-020-00179-2.



### 최 유 신

2023 한양대학교 ERICA 로봇공학과(공학사)  
2023~현재 한양대학교 지능정보융합공학과  
(석사)

관심분야: Robot Motion Control, Redundant Robot Control, Optimal Control, Hierarchical Control



### 황 순 응

2007 한양대학교 ERICA 기계공학과(공학사)  
2009 한양대학교 메카트로닉스 공학과  
(공학석사)  
2016 한양대학교 메카트로닉스 공학과  
(공학박사)  
2023~현재 한양대학교 ERICA 공학기술연구소  
연구부교수

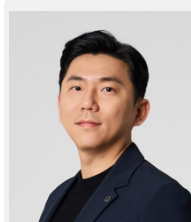
관심분야: Human Robot Interaction and Learning, Robot Motion Planning, Optimal Control, Soft Robotics



### 장 재 필

2023 한양대학교 ERICA 로봇공학과(공학사)  
2023~현재 한양대학교 융합로봇시스템학과  
(석사)

관심분야: Legged Robot, Optimal Control, Reinforcement Learning



### 김 완 수

2008 한양대학교 ERICA 기계공학과(공학사)  
2015 한양대학교 기계공학과(공학박사, 석박  
통합)  
2021~2024 한양대학교 ERICA 로봇공학과  
조교수  
2024~현재 한양대학교 ERICA 로봇공학과  
부교수

관심분야: Human Robot Interaction & Control, Collaborative Robot, Mobile Manipulator, Human Ergonomics, Exoskeleton Robot



### 하 성 민

2021 한국평생교육진흥원 기계공학전공  
(공학사)  
2023 한양대학교 메카트로닉스공학과(석사)  
2023~현재 한양대학교 메카트로닉스공학과  
(박사)

관심분야: 외골격로봇, 재활로봇, 로봇제어